H
1382
Bd. I 3.

von Halder
N. 3413.

Johann Gotthilf Lorentz
Predigers und Rektors in Köpenick

Lesebuch

für die

Jugend der Bürger und Handwerker,

zum

Gebrauch in Schulen

und

beym häuslichen Unterricht nach dem Muster des Rochowischen Lesebuchs für Landschulen.

EIGENTUM DER STADT AUGSBURG

Des ersten Bandes dritte Abtheilung.

Leipzig, 1787.
bey G. J. Göschen.

Ein mahl eins ist eins.

2	mahl	2	ist	4
2	mahl	3	ist	6
2	mahl	4	ist	8
2	mahl	5	ist	10
2	mahl	6	ist	12
2	mahl	7	ist	14
2	mahl	8	ist	16
2	mahl	9	ist	18
2	mahl	10	ist	20

3	mahl	3	ist	9
3	mahl	4	ist	12
3	mahl	5	ist	15
3	mahl	6	ist	18
3	mahl	7	ist	21
3	mahl	8	ist	24
3	mahl	9	ist	27
3	mahl	10	ist	30

4	mahl	4	ist	16
4	mahl	5	ist	20
4	mahl	6	ist	24
4	mahl	7	ist	28
4	mahl	8	ist	32
4	mahl	9	ist	36
4	mahl	10	ist	40

5	mahl	5	ist	25
5	mahl	6	ist	30
5	mahl	7	ist	35
5	mahl	8	ist	40
5	mahl	9	ist	45
5	mahl	10	ist	50

6	mahl	6	ist	36
6	mahl	7	ist	42
6	mahl	8	ist	48
6	mahl	9	ist	54
6	mahl	10	ist	60

7	mahl	7	ist	49
7	mahl	8	ist	56
7	mahl	9	ist	63
7	mahl	10	ist	70

8	mahl	8	ist	64
8	mahl	9	ist	72
8	mahl	10	ist	80

9	mahl	9	ist	81
9	mahl	10	ist	90

10	mahl	10	ist	100
10	mahl	100	ist	1000

Das Rechnen.

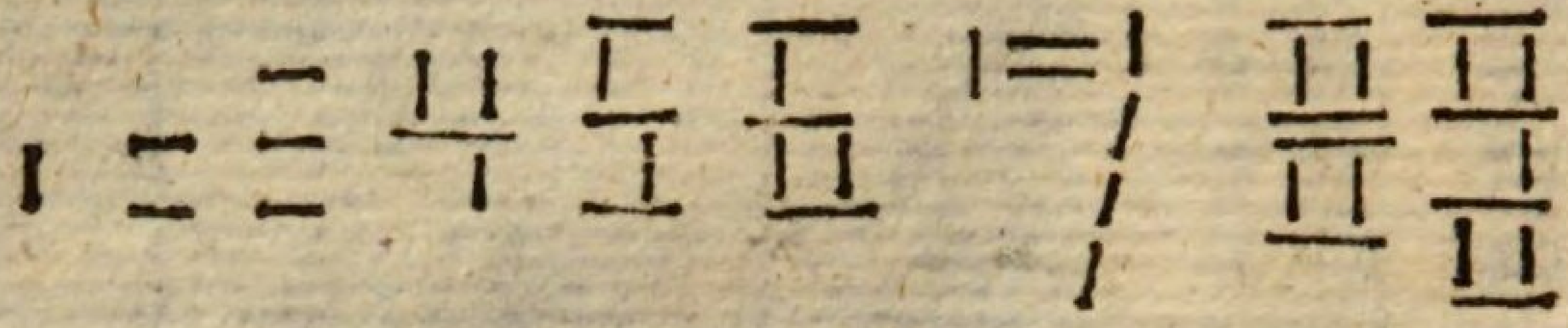
Erstes Gespräch.

Numeration und Addition.

Karl.

Nun, lieber Vater, kann ich das Einmahl eins ganz auswendig. Helfen Sie mir doch nun weiter, damit ich bald rechnen lerne. Die Ziffern kann ich auch schon schreiben. Vater. Das ist mir lieb, mein Sohn! Nun sollst du auch bald rechnen lernen. Aber sage mir doch, weißt du denn auch, woher unsre Ziffern kommen? K. Nein, lieber Vater! das weiß ich nicht. V. Ich will dir's sagen. Unsre Ziffern stammen von den Arabern her, die sie erfunden haben. K. Woher wissen wir das. V. Wir vermuthen es daher, weil die Morgenländischen Völker ihre Buchstaben von der rechten nach der linken Hand zu lesen, und die Stellen der Ziffern eben so geordnet werden. Wir lesen unsere Buchstaben von der linken zu der rechten. K. Aber wie mögen doch

die Araber die Ziffern erfunden haben? — V. Ohngefähr so, Karl. Sie schrieben:



So scheinen die Striche erstlich geordnet worden zu seyn. Dann hat man sie verändert, zusammengezogen, bis die Ziffern daraus entstanden sind. K. Ach, das ist mir recht lieb; das will ich mir merken. V. Schön, mein Sohn! Nun wollen wir uns dieser Ziffern bedienen, und sie zusammensetzen. Erstlich siehe aber diese Abtheilung | | zwischen beyden Strichen ist nur Ein Raum. Darein kann man nun eine 1, oder 2, oder 3, 4, 5, 6, 7, 8, oder 9, setzen. Die Ziffer die darin steht, nimmt nur einen Raum ein, als |6|. Eine solche Ziffer nennt man den Einer. Das heißt: wenn eine 1, darin stehet, so bedeutet diese Zahl nur eins oder . Diesen Punkt kannst du als ein einzelnes Stück ansehen. Wenn eine 2, darin stehet, so bedeutet diese Zahl . . oder 2 einzelne Stücke. Wenn 3, bedeutet sie . . . oder 3 einzelne Stücke. Wenn 4, bedeutet sie . . . . oder 4 einzelne Stücke, und so weiter. Also die Einer zeigen immer die Zahl der Einzelnen an. Merke dieß. Macht man noch eine Abtheilung, als: | | | dann hat man zween Räume. Steht in dem zweyten auch eine Ziffer, als |2|6|; dann heißt die 2 der Zehner.

ner. Ein Zehner bestehet aus .... oder zehn Einzelnen. Also 2 Zehner bedeuten 2 mal solche 10 Punkte oder einzelne Stücke, und dieses nennt man zwanzig. Wenn eine 3, in der 3ten Abtheilung stünde, so bedeutete diese 3, dreymal solche zehn Einzelne oder eine Menge von dreymal 10 Stücken, und diese nennet man dreyßig u. s. w. Siehe in dem Einmahl Eins nach, wie jede einzelne Ziffer heißet, wenn sie zehnmahl genommen wird. Nimmst du nun zu dieser 2 die 6, dann sagt man zwanzig und sechse (26) oder wie man gemeiniglich, aber unrichtig ausspricht sechs und zwanzig. Nun gieb Acht, mein Sohn! wenn man noch eine Abtheilung macht, als | | | |; dann hat man drey Räume. Der dritte heißt die Hundert. Wenn eine 1 darinn stünde, so enthielte diese Zahl zehnmahl 10 Stück, welches man hundert heißet. Siehe wie viel ein solches hundert ausmacht

....	1tes Zehend
....	2tes —
....	3tes —
....	4tes —
....	5tes —
....	6tes —
....	7tes —
....	8tes —
....	9tes —
....	10tes Zehend,

Wenn 2 darin stünde, so bedeutete diese Zahl, daß die Hundert 2 mahl genommen werden müssen, und da heißet sie zwey hundert. Hier stehet eine 4 darinn, folglich bedeutet diese Zahl eine Menge von 4 mahl Hundert und heißt 4 Hundert | 4 | 2 | 6 |, sprich: man aus vierhundert zwanzig und sechse (426). Wird nun noch eine Abtheilung gemacht, als: | | | | |; dann hat man vier Räume. Der vierte heißt allemahl die Tausende. Ein Tausend bestehet aus zehnmal Hundert. Sezt man auch darein eine Ziffer, als z. B. drey, dann bedeutet diese Zahl 3 mahl 10 Hundert Einzelne, oder Tausend | 3 | 4 | 2 | 6 |; hier nimmt die 3 den Tausendplatz ein, und man spricht aus: Dreytausend vierhundert zwanzig und sechse (3426). K. Nicht wahr ich habe Recht, wenn ich aus dem, was Sie mir gesagt haben schließe: ein jeder Raum oder eine jede Abtheilung macht die Zahl zu zehnmahl mehr an Werth, als dieselbe Zahl in der vorhergehenden Abtheilung bedeutet haben würde. V. Richtig. Merke dir dieses wohl, und mache dir die Vorstellung recht geläufig. Es kommt darauf bey Beurtheilung der Zahlen alles an. Sprich einmal aus 7851. K. Siebentausend achthundert funfzig und eins. V. Recht, mein Sohn! noch einmahl diese Ziffern 6324. K. Sechstausend dreyhundert zwanzig und viere. V. Gut! wie wirst du aber diese Zahl ausspre-

sprechen 576? K. Fünfhundert siebenzig und sechse. V. Richtig, du kannst nun schon Tausende, Hunderte, Zehner und Einer aussprechen. Bey den Tausenden merke dir noch, daß sie wieder als Einer angesehen werden. Ein solcher Einer bedeutet aber immer tausend Einer. Sezt man noch eine Abtheilung hinzu, als: | | | | | |; so bekommt man fünf Räume. Der Fünfte ist für einen Zehner wieder bestimmt. Ein jeder solcher Zehner bedeutet aber immer zehntausend Einer, z. B. | 2 | 3 | 4 | 2 | 6 | und man spricht aus: zwanzig und dreytausend, vierhundert zwanzig und sechse. (23426). Kommt noch eine Abtheilung hinzu, als | | | | | | |; so hat man sechs Räume. Der sechste ist wieder für die Hundert, als: | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 6 |; und man spricht aus: Fünfhundert zwanzig und drey tausend, vierhundert zwanzigund sechse, (523426). Macht man noch eine Abtheilung, als: | | | | | | | |; so zeigen sich sieben Räume. Der siebende ist wieder für die Tausend bestimmt, als: | 7 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 6 |. Aber wie wird man nun aussprechen? — Karl. Das weiß ich nicht! kann man nicht sagen siebentausend und so weiter? — Vater. Nein, mein Sohn! Merke dir, wenn sieben Ziffern da stehen, sagt man: Tausend mahl tausend, und dieß ist denn eine Million; folglich ist die 7 in der Zahl 7523426 schon Million. Man spricht also aus: Sie-

ben Millionen, fünf Hundert zwanzig und drey Tausend vierhundert, zwanzig und sechse. Kannst du mir also wohl folgende Zahl aussprechen, 8473652? — K. Acht Millionen, vier Hundert siebenzig und drey Tausend sechs Hundert funfzig und zwey. V. Richtig, noch einmal diese Zahl: 3566041. K. Drey Million, fünf Hundert sechzig, und sechs Tausend — die Null aber, lieber Vater? — V. Steht ja auf der Hundertstelle. K. Ich kann sie aber doch nicht aussprechen. V. Folglich bedeutet sie auch nichts. K. Uebergeh' ich die Null? — V. Freylich! denn es sind ja keine Hundert da. Merke dir also: die Null bedeutet immer nichts. Sie steht nur auf der Stelle, wo eine gültige Ziffer stehen kann. Auch muß sie hinter der giltigen Ziffer stehen, niemals vor; allein zwischen Ziffern kann sie stehen. Wie würdest du wohl dieß aussprechen 07? — K. Das weiß ich nicht! Etwa sieben? — V. Recht! die Null ist ganz ungiltig. Wenn sie aber so stünde 30? — K. Das ist dreyßig! V. Richtig! aber so: 307. K. Dreyhundert und sieben. V. Was fehlt hier, der Zehner oder der Einer? — K. Der Zehner. V. Wo also in der Verbindung etwas an der Summe fehlt, da wird die Null dafür gesetzet, damit die übrigen Zahlen ihre gehörige Stellung, und folglich ihren gehörigen Werth erhalten. Wenn du drey hun-

dert und viere schreiben solltest, und wolltest blos die 3, und 4, hinsetzen, so würde das dreyßig und vier heißen. Um also die Zahl 3 auf ihren dritten Platz zu bringen, welchen sie als hundert einnehmen muß, so setzest du hier statt des Zehners, welchen du in der aufgegebenen Zahl gar nicht hast die 0. Nun hast du 304. Wir hatten also oben 3566041, und da fehlt die Hundert, folglich bleibt die vierzig und eins (41) übrig. Die Null wird also übergangen. Wie sprachst du vorhin aus? Sprich mir nun die Zahl ganz aus. K. Drey Millionen, fünf Hundert sechzig und sechs Tausend, vierzig und eins. V. Recht, wie wirst du es aber machen, wenn du eine ganze Reihe von Ziffern vor dir hast, die du aussprechen willst? K. Das weiß ich nicht! möchte es aber gern lernen. V. Dazu will ich dir behülflich seyn. Merke dir nur, was ich dir hier vorschreibe:

5 Einer, welcher aus Einzelnen bestehet.
3 Zehner, welcher aus Zehnden bestehet
9 Hundert
7 Tausend | Einer
3 = = | Zehner
5 = | Hundert
I 8 = = | Taus. | Einer
Tausendmahl Tausend ist eine Million
4 = = = | Zehner
6 = = | Hundert
1 = = = | Taus. | Einer
7 = = = = | Zehner
3 = = = = | Hundert
II 9 = = = = | Taus. | Einer
Ist wieder eine Million. Eine Million Millionen machen eine Billion
5 = = = = | Zehner
2 = = = | Hundert
3 = = = = | Taus. | Einer
8 = = = | Zehn.
6 = = = = | Hund.
III 4 = = = | Taus.
u. s. w.

Ist wieder eine Million. Eine Million Billionen machen eine Trillion. Eine Million Trillionen machen eine Quadrillion. Eine Million Quadrillionen machen eine Quinquillion. u. s. w.

K. Ach,

K. Ach, mein lieber Vater! erklären Sie mir doch dieses. V. Das will ich gern. Siehe noch

III II I

einmal die Ziffern an. 4683259371648537935. Ich habe dir gesagt, was Einer, Zehner, Hundert und Tausende sind. Nun fängst du bey der Fünfe (5) am Ende, zur rechten Hand an, und sprichst: Einer, Zehner, Hundert, Tausend. Die Ziffer, auf welche Tausend fällt, bezeichnest du unten mit einem Punkt, und fängst bey derselben Ziffer, auf welche die Tausend fiel, hier bey der 7, wieder an: Einer, Zehner, Hundert, Tausend; nun fällt Tausend auf die 8. Du hast nun Tausendmahl Tausend, und das ist eine Million. Die Millionenziffer, hier die 8, bezeichnest du oben mit Einem Strich, und fängst bey derselben wieder an, nämlich bey der 8, Einer, Zehner, Hundert, Tausend. Jezt fällt Tausend auf die 1, die du wieder mit einem Punkt unten bezeichnest, und fängst von der 1, wieder so an zu zählen, da denn Tausend auf die 9, fällt. Nun hast du von der ersten Million, hier von der 8, an, wieder eine Million; dieß ist denn eine Billion, und die bezeichnet man oben mit zweyen Strichen. Von der 9, an zählt man wieder so weiter bis auf die 3, auf welche wieder Tausend fällt, und die man wieder mit einem Punkt unten bezeichnet. Von der 3, an zählt man wieder so weiter, bis zur 4, auf die wieder Tausend fällt. Nun

hast

hast du von der 9, an, welches eine Billion ist, bis zur 4, wieder Tausendmal Tausend oder eine Million. Dieß ist aber schon die dritte Million; die bezeichnet man mit dreyen Strichen oben, und nennt sie Trillion. Auf die 4 fiel also die Trillion, auf die folgende 3, die Tausend, auf die 9, die Billion, auf die 1, die Tausend, auf 8, die Million, auf die 7, die Tausend; die 9, dabey ist die Hundert, die 3, der Zehner, die 5, der Einer. Von der linken Hand fängt man an auszusprechen bis zur rechten, ob man gleich umgekehrt gezählt hat. Sprich nun diese Zahl aus: K. Vier Trillionen, sechs Hundert achzig und drey Tausend, zwey Hundert funfzig und neun Billionen, drey Hundert siebenzig und ein Tausend, sechs Hundert vierzig und acht Millionen, fünf Hundert dreyßig und sieben Tausend, neun Hundert dreyßig und fünfe. V. Schön! Schön, mein Sohn! du wirst bald rechnen lernen. Weist du aber auch, wie man diese Art, die Zahlen auszusprechen nennt? — K. Etwa das Aussprechen der Zahlen? — V. Man könnte es so nennen; allein gewöhnlich nennt man es das Numeriren. Nun so numerire noch einmal

III II I

folgende Zahl: 3945728639418275688.

K. Drey Trillionen, neun Hundert vierzig und fünf Tausend, sieben Hundert zwanzig und acht Billionen sechs Hundert, drey-

ßig

ßig und neun Tausend, vier Hundert zehn und acht Millionen, zwey Hundert siebenzig und fünf Tausend, sechs Hundert achzig und acht. V. Ganz richtig, mein Sohn! aber kannst du auch zählen? K. O ja! 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. u. s. w. V. Das kannst du wohl. Aber kannst du auch zusammen zählen? — K. Wie verstehen Sie das, lieber Vater? — V. So, . und .... macht, ... Eins und viere macht fünfe, ... und : : : macht ⁝ ⁝ ⁝, Drey und Sechs macht Neune. Hier brauchst du nur immer die einzelnen Punkte zu zählen, um zu erfahren, was für eine Zahl sie zusammen ausmachen, aber kannst du es auch ohne Punkte. 1 und 4 macht 5. 3, und 6, macht 9. 5 und 8 macht 13; kannst du das? — K. Nein! lieber Vater. V. Wenn dir aber Jemand zween Aepfel giebt, und ein Anderer wieder drey, wie viel Aepfel hast du dann? — K. Fünfe. V. Recht! also 2 und 3 macht 5. Wenn deine Mutter dir 10 Pflaumen gäbe, und deine Schwester wieder 4, wie viel hättest du wohl? — K. 10 und 4 macht —— 14. V. Richtig. Wenn ich dir aber noch 7 dazu gäbe? — K. Dann wären es — ohngefähr — 21. V. Recht! 7 und 14 macht 21. Wie viel Knöpfe hast du auf dieser Seite deines Rockes? K. Dieß sind achte. (8). V. Und die an der Weste? K. Sind auch achte. V. Wie viel machen 8 und 8 zusammen?

K.

K. 16, lieber Vater. V. Zähle mir doch diese Sachen zusammen:

10 Aepfel
6 Birnen
7 Pflaumen,

wie viel Stück sind dies? — K. 7 Pflaumen und 6 Birnen sind 13, und 10 Aepfel machen zusammen 23 Stück. Ists richtig? — V. Freylich ists richtig; aber zweifeln mußt du niemals in solchen Dingen, sondern immer deiner Sache gewiß seyn. Du mußt nie etwas sprechen, wovon du keine Gewißheit hast. Nun weiter. Wenn du auf der Wiese Gänse nach einem Bache gehen siehst; vorne gehen 5, dann folgen 3, dann wieder 4, und zulezt 6, wie viel Gänse waren es? K. 18! V. Nun zähle mir die Bücher auf dieser Seite zusammen. Wie viel stehen im ersten Fache. K. Das sind 88. V. In dem zweyten Fache? — K. Find ich 92. V. Und im dritten? — K. Sind 81. V. Gut. Nun zähle nur erst diese drey Fächer zusammen, dann wollen wir die übrigen dazu nehmen. Setze die Zehner unter die Zehner, und die Einer unter die Einer. Fange von unten an bey den Einern, und sage Eins und die darüber stehende 2 macht 3 Einzelne, und die darüber stehende 8 Einzelne machen 11 Einzelne. Nun hast du eine Zahl, welche aus einem Einer und einem Zehner besteht. Schreibe davon den Einer unter den Strich gerade unter die darüber

der stehende Reihe oder Säule der Einer, und den Zehner nimm zu der folgenden Säule der Zehner. Sage nun dieser Zehner, welchen ich aus der vorigen Säule der Einer gefunden habe, ist eins, dazu die 8 Zehende sind 9 Zehende, dazu 9 macht 18, dazu 8 macht 26 Zehende. Diese 26 setzest du nun ebenfalls unter den Strich, Nun hast du 261.

Im ersten Fach waren	Zehner	Einer
88.	8	8
92.	9	2
81.	8	1
261.	26	1

K. Nicht mehr und nicht weniger als 261. V. Richtig! wie viel findest du Bücher im vierten Fache? K. Das sind 78. V. Recht! und im fünften? — K. 82, und im sechsten sind 94. V. Wie viel sind dieß Bücher? — Schreibe wieder so:

78.
82.
94.

K. Dieß machen wieder zusammen 254 Bücher. V. Damit du es aber auch immer recht machest; so will ich dir's noch einmal vorrechnen oder zusammenzählen. Bey der 94, oder bey deren 4, fängst du an zu zählen, und sagst: 4, und 2, sind 6, und 8, sind 14. Von dieser 14, schreibst du nur die 4, welches Einer sind, gerade unter die

Reihe

Reihe der Einer, von welcher sie heraus gekommen ist, die 1, welche der Zehner ist, zählst du mit zur zwoten Reihe, welches lauter Zehner sind, und sagst: 1 und 9 sind 10 und 8 sind 18, und 7 sind 25. Diese 25 schreibst du zu der 4; und nun hast du die Zahl der Bücher, die in den drey lezten Fächern stehen, nämlich: -- K. Zwey Hundert funfzig und viere. V. Wie viel waren in den drey ersten Fächern? K. Zwey Hundert und Ein und sechzig. V. Nun laß uns diese zusammenziehen, und sehen, wie viel es überhaupt sind; erstlich

261 und
254.
515 Bücher

Da sagst du nun 4 und 1 sind 5, 5 und 6 sind 11, die eine 1 setzest du hin, und die andere zählst du zur folgenden Reihe, als 1 und 2 sind 3 und 2 sind 5. macht zusammen? — K. Fünf Hundert zehn und fünfe. V. Nun wollen wir sehen obs auch richtig ist. Setze alle die Bücher untereinander. K. Etwa so? — 88
92
81
78
82
94.

V.

Vater. Ja, und nun wollen wir zusammenzählen. 4, und 2, sind 6, und 8, sind 14, und 1, sind 15, und 2, sind 17, und 5, sind 25. Die 5, schreibst du hin, und die 2, zählst du zur folgenden Reihe, als: 2, und 9, sind 11, und 8, sind 19, und 7, sind 26, und 8, sind 34, und 9, sind 43, und 8, sind 51. Die schreibst du ganz hin 515, weil nichts mehr zusammen zu zählen da ist. K. Es ist dieselbe Zahl; das ist schön. Wenn ich also eine Reihe Ziffern von unten herauf zusammengezählt habe, so muß ich, wenn die herausgekommne Zahl aus mehrern Ziffern besteht, diejenige Ziffer hinschreiben, die mir zur rechten Hand steht, wenn ich sie aufschreibe, und welche der Einer ist. V. Sehr richtig! Zu mehrerer Uebung wollen wir noch folgende Anzahl von Aepfeln zusammenzählen.

Zweyhundert und vierzig	240	Aepfel
Vierhundert, zwanzig und vier	424	—
Sechshundert, dreyßig und fünf	635	—
Fünfhundert, neunzig und sieben	597	—
Achthundert, zehn und sechs	816	—

Wie viel sind das zusammen Aepfel? 2712

Sage 6, und 7, sind 13, und 5, sind 18, und 4, sind 22. Die eine 2 setze gerade unter die zusammengezählte Reihe, und die durchstrichne 2 zähle zu der folgenden Reihe, als: 2, und 1, sind 3, und 9, sind 12, und 3, sind 15, und 2, sind 17, und 4, sind 21, die 1 schreibe hin, und die durch-

durchstrichne 2, zähle wieder zur dritten Reihe, als: 2, und 8, sind 10, und 5, sind 15, und 6, sind 21, und 4, sind 25, und 2, sind 27. Diese schreibst du ganz hin. Nun haben wir folgende Zahl: 2712. Wie viel sind es Aepfel? — K. Zwey tausend, siebenhundert und zwölfe. V. Richtig, mein Sohn! Weist du aber auch, wie man dieses Zusammenzählen eigentlich nennt? — K. Nein. V. Man nennt es das Addiren oder die Addition, und der Inbegriff aller Zahlen, welchen du durch das Addiren gefunden hast, heist die Summe. Addire mir doch noch folgende Anzahl von Groschen zusammen. Du darfst dich nicht von der Benennung abschrekken lassen. Es ist gleich, wie die Ziffern benennet sind, wenn man sie nur richtig zusammenzählt oder addirt.

7529	Groschen
3684	—
1790	—
24866	—
53891	—
42357	—
869382	—
1003499	

K. Dieß machen zusammen 1003499 Groschen, oder eine Million drey Tausend, vier Hundert neunzig und neun Groschen. V. Ich freue mich, mein Sohn, daß du auch schon addiren

diren kannst. Uebe es ja fleißig; setze dir oft Ziffern unter einander, so wie sie hier stehen. Nimm dich aber in Acht, daß du die Ziffern hübsch gerade unter ein ander setzest, damit sie ordentliche Reihen von oben herunter bilden, und der Einer unter den Einer, der Zehner unter den Zehner, die Hundert unter die Hundert die Tausend unter die Tausend u. s. w. zu stehen komme. Denn stehen die Ziffern nicht in einer solchen Ordnung; so kann man auch nicht richtig zusammenzählen oder addiren. Verstehst du mich? K. O ja, lieber Vater! Ich sehe auch ein, daß es nicht anders seyn kann. V. Das ist mir lieb. Aber wir haben für heute noch etwas Zeit übrig, die wir noch ganz allein für die Addition anwenden wollen. K. Vortreflich, denn auf solche Art werde ich heute noch viel lernen; ich will auch fleissig Achtung geben. V. So bist du mir angenehm, und so erleichterst du mir auch meinen Unterricht. Kannst du nun wohl folgendes addiren:

Achthundert, siebenzig und vier	874 Thlr.	2 Gr.
Sechshundert, neunzig und drey	693 =	4 =
Fünfhundert, zwanzig und einen	521 =	3 =
Neun Tausend, dreyhundert, sechzig und sieben	9367 =	7 =

Wie viel machen dieß zusammen Thaler und Groschen? — Wo fängst du nun an? K. Ich sehe wohl, daß ich bey den Groschen anfangen muß. V. Aber, warum? — Kannst du mir

wohl einen Grund angeben? — K. Weil die Groschen die erste Reihe zur rechten Hand ausmachen. V. Dein Grund ließ sich wohl hören; aber hier findet ein anderer Statt. Bey solchen ungleich benannten Zahlen fängt man — K. Verzeihen Sie, Sie sagten von ungleich benannten Zahlen; was sind denn das für welche? — Ich kenne sie noch nicht. V. Schön, daß du fragst; durch Fragen wird man klug. Der Gegensatz von ungleich benannten Zahlen sind gleichbenannte. Leztere haben wir schon gehabt, als die Bücher, die Aepfel und die Groschen. Bey solchen gleichbenannten Zahlen wirst du nichts gefunden haben, was noch zu den, z. E. Büchern, Aepfeln und Groschen gehört hätte. Sie standen ganz allein da. Hier aber findest du Thaler und Groschen; es können auch noch Pfennige da stehen. Eins hängt immer vom andern ab; folglich gehören sie zusammen. Ein Thaler bestehet aus Groschen, und ein Groschen aus Pfennigen. Wenn diese nun so zusammen stehen, wie hier Thaler und Groschen, dann sind es ungleich benannte Zahlen. Verstehst du mich? — K. Ja, ich sehe, daß dann keine Gleichheit da ist. V. Richtig! Bey solchen ungleich benannten Zahlen fängt man nun bey dem kleinern Satze an, addirt den zusammen, schreibt das Herausgekommne richtig unter, und geht zum größern über, bis man fertig ist. Dies ist die Regel bey ungleich

benann-

benannten Zahlen in der Addition. Sie wird sich auch künftig bey mehrern Sachen anwenden lassen, deshalb merke sie dir. Hier haben wir Thaler und Groschen. Ein Groschen ist doch weniger als ein Thaler; folglich machen hier die Groschen den kleinern Satz aus, und die Thaler den größern. Stünden noch Pfennige da; dann wären diese der kleinste Satz, weil ein Pfennig weniger ist als ein Groschen. Man würde also bey den Pfennigen anfangen müssen. Siehe nun die Aufgabe recht an, und addire.

874	Rthlr.	2	gr.
693	=	4	=
521	=	3	=
9367	=	7	=

K. Machen zusammen 11455 Rthlr. 16 gr. eilf Tausend, vier Hundert, funfzig und fünf Thaler und sechzehn Groschen aus. V. Ganz richtig. Noch einmal folgendes

3945	Rthlr.	4	gr.	2	Pf.
15432	=	1	=	1	=
286953	=	3	=	=	=
3467385	=	5	=	3	=
8753694	=	6	=	3	=
84825963	=	2	=	1	=

K. Machen zusammen 97353372 Rthlr. 21 gr. 10 Pf. neunzig und sieben Millionen, drey Hundert funfzig und drey Tausend, drey Hundert siebenzig

und zwey Thaler, zwanzig und einen Groschen, und zehn Pfennige. V. Wie aber, wenn statt 10 Pf. künftig 15 Pf. und noch mehrere, statt 21 Gr. etwa 30 oder 40 Gr. herauskämen, würdest du diese auch so hinschreiben? — K. Ja. V. Das glaube ich wohl! Aber ich weiß, daß dir es bekannt ist, wie viel 1 Thaler Groschen hat. Erinnerst du dich wohl, daß du mir schon geholfen hast Geld auf den Tisch zählen? — K. O ja! V. Wie viel Groschen mußtest du zählen, bis es 1 Thaler war? — K. 24. Ach! Nun erinnre ich mich auch, daß 1 Gr. 12 Pf. hat. V. Ganz recht! Ich werde dir nun eine Aufgabe geben, wo du viele Pfennige und Groschen wirst bekommen, wo in den Pfennigen Groschen, und in den Groschen Thaler, enthalten seyn werden. Doch, damit und mit andern Benennungen wollen wir uns morgen beschäftigen, z. B. mit Winspeln, Scheffeln und Metzen; nicht wahr? K. O ja, lieber Vater! Wenn es doch nur schon Morgen wäre!

Zweytes Gespräch.

Fortsetzung der Addition und Subtraction.

Karl.

Gehen wir nicht bald auf die Studierstube, lieber Vater? — V. Was wollen wir da machen? —

chen? — K. Rechnen, rechnen, lieber Vater! Sehen Sie nicht, daß ich meine Tafel schon habe? — Ich weiß noch, daß 1 Thaler 24 Groschen, und 1 Groschen 12 Pfennige hat. V. Das ist mir lieb. Weißt du aber auch, daß 1 Winspel 24 Scheffel, und 1 Scheffel 16 Metzen hat? K. Nun haben Sie mir's gesagt; vorher wußte ich's nicht. Ich wills auch nicht vergessen. V. So wollen wir hinauf gehen. (Sie gehen auf die Studierstube.) Gestern addirten wir ungleich benannte Zahlen, und damit wollen wir uns auch heute beschäftigen. Schreibe einmahl folgendes auf.

47893	Rthlr.	22	Gr.	6	Pf.
53784	=	3	=	4	=
274628	=	13	=	3	=
5638047	=	14	=	9	=
79852172	=	12	=	6	=

laß uns dieses addiren: 6, und 9, sind 15, sind 5 Dreyer, folglich 1 Gr. 3 Pf. Die 3 Pf. zähle weiter, als: 3, und 3, sind 6. Nimm nun gleich die oberste 6, dann sind 6, und 6, — 12; folglich wieder 1 Gr. Nun haben wir aus den Pfennigen bekommen 2 Gr. und 4 Pf. sind übrig geblieben. Die 4 Pf. schreibe unter die Pfennige, und die 2 Gr. wollen wir zu den Groschen zählen: 2 und 12 sind 14, und wieder 14 sind 28. 1 Thaler hat nur 24 Gr., folglich bleiben hier 4 Gr. übrig. Diese 4 zu den 13

sind 17 und 3 sind 20. Nun fehlen noch 4 Gr. dann wäre es wieder 1 Thaler. Diese 4 Gr. wollen wir oben von den 22 Gr. nehmen, bleiben von diesen 18 Gr. übrig; also haben wir 2 Thaler 18 Groschen. Die 18 Gr. schreibe hin, und die 2 Thlr. zählen wir zu den Thalern, als: 2 und 2 sind 4 und 7, doch — dieß brauche ich nicht mit zu rechnen, denn dieß kannst du schon. Sage mir nur, wie viel es zusammen beträgt. K. 8586652 6 Rthlr. 18 Gr. 4 Pf. V. Richtig, dergleichen Exempel wollen wir künftig, wenn du erst wirst weiter seyn, mehrere machen. Zu mehrerer Uebung aber, wollen wir nun andere Benennungen nehmen, als:

384 Wspl.	6 Schfl.	3 Metz.
1486 =	2 =	4 =
53872 =	3 =	5 =
867351 =	2 =	6 =

Wie viel wird dieß zusammen ausmachen? K. Das sind 18 Metzen. V. Ist das nicht mehr als 1 Schfl? — Ein Scheffel hat nur 16 Metzen. K. Da sind hier 2 Metzen zu viel. V. Gut; so schreibe die 2 Metz. hin und den 1 Schfl. zähle zu den Scheffeln. K. Das sind 14 Schfl. Sie sagten 24 Schfl. wären erst ein Winspel. V. Richtig, so schreibe die 14 Schfl. hin. Du hast also nichts zu den Winspeln hinzu zu zählen. K. 923113 Wspl. 14 Schfl. 2 Metz. V. Nun, lieber Karl, überlaß

laß ich es deiner fernern Uebung, dergleichen Aufgaben dir selbst aufzusetzen *). Wir wollen nun eine andere Rechnungsart vornehmen, in welcher man Ziffern von andern Ziffern abzieht. Dieß ist wieder für dich etwas neues; und wenn du da eben so aufmerksam und gelehrig seyn wirst, als bey der Addition; dann wirst du bald große Fortschritte in der Rechenkunst machen. Also zur Sache. Man nimmt zuweilen von einer Sache etwas weg und sucht, wie viel davon noch übrig bleibt. Dieß nennt man in der Rechenkunst: das Abziehen oder Subtrahiren. Hast du in deinem Leben noch nicht abgezogen? — K. Ich kann mich nichts erinnern. V. Gab dir nicht neulich deine liebe Mutter 5 Aepfel, und gabst du nicht deiner kleinen Schwester 2, davon ab? — K. Es ist wahr, lieber Vater! V. Wie viel behieltest du übrig? — Siehe hier sind 5 Punkte, denke dir darunter 5 Aepfel ..... Streiche 2 Punkte von 5 Punkten weg ... wie viel bleiben K. Nicht mehr als 3. V. Recht! Kürzlich gab ich dir eine

*) Ein Lehrer kann nun noch fernere Uebungen, vornehmen, die sehr nöthig sind, damit der Schüler gut an das Zusammenzählen gewöhnt wird. Eine Fertigkeit hierinn ist von ausserordentlichen Nutzen, in allen Fällen des menschlichen Lebens. Es schadet nichts, wenn der Schüler auch große Reihen zusammenzählt oder addirt.

eine Mandel Nüsse; (du weißt doch, daß eine Mandel aus 15 Stücken besteht?) davon mußtest du Nachbars Fritzchen 5 Stück abgeben; wie viel behieltest du für dich? — ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ ⁝
Streiche 5 davon weg ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ K. Ich behielt zwar 10 übrig; aber ich gab Dorchen auch 3, und behielt für mich nur 7. V. Ich freue mich, daß du gern andern giebest. Es ist allemahl ein wahres Vergnügen, wenn man von dem Seinigen auch andern etwas abgeben kann. Fritzchen bekam von 15 Stück 5, und du behieltest 10 Stück; nun gabst du Dorchen 3 Stück; folglich blieben dir noch 7 übrig. Siehst du, mein Sohn! Das heißt in der Rechenkunst abziehen oder subtrahiren. Man subtrahirt also, wenn man von einer Sache etwas wegnimmt, und sieht, wie viel von der Sache übrig geblieben ist, davon man etwas weggenommen hat. Z. B. diese 10 Stück Birnen. Nimm 3 davon; wie viel bleiben übrig? — K. 7 Stück. Wenn ich noch 5 Stück davon nehme; dann bleiben 2 übrig. V. Richtig! Wenn du nun 24 Pflaumen hättest, und solltest davon abgeben 12 — Wie viel würdest du behalten? Und, wie würdest du es anfangen, um mir zu zeigen, wie viel übrig bleiben? — K. Addiren darf ich nicht, sondern ich muß subtrahiren; also muß ich 12 von 24 abziehen. Das ist mir noch zu schwer. V. Schreibe zuerst die Zahl, welche du abziehen willst, unter die Zahl, von welcher

cher abgezogen werden soll, die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, die Hunderte unter die Hunderte. Dann ziehe die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern u. s. w. ab. Siehe! Hier hast du zwo Reihen. Ziehe die Einer von den Einern, und die Zehner von den Zehnern ab. Nun wirst du doch wissen, wie viel 2 Einzelne von 4 Einzeln genommen, übrig bleibt, und wie viel 1 Zehner von 2 Zehnern? —

$$\begin{array}{r} 24 \\ 12 \\ \hline 12 \end{array}$$

K. O ja! 2 von 4 bleiben 2, und 1 von 2 bleibt 1; folglich bleiben, wenn ich 12 Pflaumen von 24 wegnehme, doch noch 12 übrig. Diese zwölfe sind der Unterschied zwischen 12 und 24. Diesen Unterschied, welchen man unter die Linie schreibt, heißt der Rest. V. Gut, mein Sohn! Subtrahire einmahl folgendes: Es hat Jemand 867 Schock Nüsse, davon soll er einem Andern 354 Schock abgeben, wie viel behält er? Setze es so auf: 867 Schock Nüsse
354 — —

K. Er behält über die Hälfte, nämlich 513 Schock Nüsse

V. Kannst du aber auch gewiß behaupten, daß du richtig subtrahirt hast? K. Ich glaube es. V. Hier kehrt man sich an keinen Glauben. Hier

Hier heißt es: beweise. Und dieß kannst du nicht besser, als durch die Addition: wenn du die herausgekommne Zahl, hier 513, zu der Zahl, die von einer größern abgezogen wird, addirest; hier 513 zu 354. Erstlich machst du unter 513 einen Strich, und dann addirest du die beyden Zahlen, die oberste Zahl, hier 867, addire ja nicht mit, denn diese soll durch die Addition herauskommen. K. Es ist ganz richtig; 867 kommen heraus. V. Dieß nennt man die Probe. Eine andere Aufgabe. Wenn der König

	4387956 Duk.
in seinem Schatze hätte, und nun ein Krieg entstünde, in welchem	1124325 —
drauf giengen, wie viel würde er wohl behalten?	3263631 Duk.
	4387956 Duk.

K. 3263631 Dukaten. V. Nun mache die Probe. K. Es ist ganz richtig. V. Noch eine andere Aufgabe. Vor nicht gar langer Zeit kam ein Mann zu mir, und bat, ich möchte ihm doch 297816 Pfennige leihen, und versprach, selbige mir bald wieder zu bezahlen. Vor ein paar Tagen bezahlte er mir 273154 Pfennige, wie viel ist er mir schuldig geblieben? Setze sie einmahl ordentlich auf K. 297816

273154

Nun bleiben 4 von 6 nur 2, und 5 von 1 — —

von

von 1, lieber Vater? — 5 von 1 kann ich nichts abziehen. Wie muß ich es anfangen? — V. Dergleichen Fälle können dir oft mehrere vorkommen; daher merke dir: Wenn du eine größere Zahl von einer kleinern abziehen sollst, so must du bey der nebenstehenden dir eine 1 borgen, welche du in Gedanken zu der Zahl setzest, von der du die größere abziehen sollst. Diese eins nimmst du aus der Stelle, welche zehnmal mehr bedeutet als die Stelle, in welcher sich die Ziffer befindet, von der du abziehen sollst. Außer dieser Zahl, von welcher du abziehen sollst, und welche hier 1 ist hast du nun noch zehne macht 11. Die Zahl aber, von der du die 1 borgst, bezeichnest du mit einem Punkt, welcher zur Erinnerung dient, daß du von der Zahl, wie hier 8, eines weggenommen hast, und solche nun eins weniger gilt. Nun kannst du doch subtrahiren? nämlich 5 von 11 bleiben? K. bleiben 6. Die 8 ist also eine 7; folglich 1 von 7 bleiben 6; 3 von 7 bleiben 4; 7 von 9 bleiben 2, und — V. 2 von 2 geht auf. Du bekömmst nichts; folglich kannst du nichts hinschreiben. Wie viel ist mir der Mann noch schuldig? — K. 24662 Pfennige. Nun will ich auch die Probe machen.

297816	Pfennige
273154	—
24662	—
297816	—

Sehen

Sehen Sie, lieber Vater, ich habe ganz richtig gerechnet. V. Ich bin auch vollkommen zufrieden. Ich will dir noch eine andere Aufgabe geben, und will sehen, ob du es mir eben so richtig machen wirst. Eine Frau, welche von ihren vielen Hünern wöchentlich 8321645 Eyer bekam, verkaufte einen grossen Theil Hüner. Nun bekam sie wöchentlich nur 1246852 Eyer; wie viel bekam sie wöchentlich weniger? K. 2, von 5, bleiben 3; 5, von 4, geht nicht an, denn die 4, ist kleiner als die 5, ich borge also bey der 6. Nun wird die 4 eine 14, folglich 5, von 14, bleiben 9; 8, von 5, — die 6, ist doch eine 5, geworden — die 5, ist kleiner als 8; folglich borge ich bey der 1; 8, von 15, bleiben 7; 6 von 1 — nein! Die 1 ist nun eine 0; 6 von 0 geht nicht an, ich muß also bey der folgenden der 2 borgen; nun steht statt der 0 eine Zehne, 6, von 10, bleiben 4; 4, von 1, — die 2 ist nun auch 1, — also 4, von 1, geht nicht an, ich werde also wieder bey der 3 borgen, 4 von 11 bleiben 7; die 3 ist nun 2, folglich gehen 2 mit 2 auf, dafür schreibe ich eine 0 hin, und 1 von 8 bleiben 7. Sie bekam also wöchentlich 7074793 Eyer weniger. V. Sehr schön, mein Sohn! Vergiß ja nicht wieder, was du so bald gelernt hast. Du hast jezt gleich benannte Zahlen subtrahirt. Ehe wir aber für heute

auf-

aufhören, wollen wir noch ungleich benannte Zahlen subtrahiren, damit wir morgen eine andere Rechnungsart anfangen können, die dir nicht wenig Vergnügen machen soll. Also zur Sache. Ein gewisser Mann hatte in dem einen Jahre

	8.04 Rthlr 20 Gr. 6 Pf.
Einnahme. In dem darauf folgenden Jahre, da es schlecht gieng, nahm er nur	625 ; 14 ; 3 ;

ein, wie viel hat er in dem schlechten Jahre weniger eingenommen? K. Hier muß ich doch, wie bey der Addition, beym kleinsten Satze anfangen, und zum größern übergehen? V. Allerdings! Bey den Thalern kannst du nicht anfangen, wenn Groschen und Pfennige da sind. K. Also 3 von 6 bleiben 3 Pf. 4 von 0 geht nicht an, also 4 von 10 bleiben 6, und 1 mit 1 geht auf; folglich bleiben 6 Gr.; 5 von 4 geht nicht, ich borge also einen dazu, aber die folgende Zahl ist eine Null, wie mache ich es nun? V. Weil diese Stelle nichts, oder eine 0 hat, und daher selbst nichts verborgen kann, so bemerkst du die 0 mit einem Punkt zum Zeichen, daß du bey ihr etwas borgen willst, so bald du ihr selbst erst etwas verschaft, und sie dadurch zu einer Zahl gemacht hast. Du gehst alsdann weiter und borgst von der folgenden 8 eine 1, welche zehnmahl mehr

bedeu-

bedeutet, als wenn sie in der Stelle der 0 gestanden hatte. Nun würde die 0, 10 Zehende seyn, oder vielmehr 10 Zehner; allein du must 1 aus ihr zu deiner 4 borgen, folglich bleibt sie nur 9 Zehende. Merke dir also jede 0, mit einem . als dem Zeichen des Borgens bedeutet 9. Nun rechne die Aufgabe aus. K. 5 von 14 bleiben 9. Zwey von 9 bleiben 7. Sechse von 7 bleibt 1. Also: 179 Rthlr. 6 Gr. 3 Pf. V. Ganz richtig! Aber auch hier kannst du durch die Addition beweisen, ob es wirklich richtig sey, indem du die Probe machst.

179.	6 Gr.	3 Pf.
625	14 =	3 =
804	20 Gr.	6 Pf.

K. Sehen Sie, lieber Vater! Es ist ganz richtig. V. Nun noch ein paar Aufgaben, und denn soll es für heute genug seyn. Es hatte Jemand zwey Brüder. Von dem einen erbete er 28174 Rthlr. 6 Gr. 4 Pf.
Als der andere starb,
so erbete er wieder
von dem 6896 = 22 = 6 =
es fragt sich, wie viel er von dem einen Bruder mehr ererbet habe? Mich deucht, lieber Karl, daß du hier wirst nachdenken müssen. K. Ich sehe schon, daß es hier wird etwas zu borgen geben. Es schadet nichts! Lerne ich doch dadurch immer mehr. Ich will also anfangen:

6 Pf.

6 Pf. von 4 Pf. geht nicht an —— V. Hast du doch Groschen da, auf die du dich verlassen kannst, und die dir in der Verlegenheit helfen können. Borge also von den 6 Gr. einen zu den Pfennigen. Ein Groschen hat 12 Pf. und die 4 Pf. dazu, machen 16 Pf. Nun kannst du doch wohl 6 Pf. subtrahiren? K. O ja! 6, mit 6, geht auf, und 1, ist 1, also 10 Pf. Nun die Groschen; ich habe nur noch 5 Gr. von diesen soll ich 22 Gr. abziehen, dieß geht nicht. Ich werde mir also 1 Rthlr. borgen. 1 Rthlr. hat 24 Gr. und 5 Gr. sind 29 Gr. Nun bleiben 2, von 9, nur 7, und 2, mit 2, gehen auf, folglich 7 Gr. 6, aber von 3, geht nicht, 6, von 13 bleiben 7, und 9 von 16 bleiben auch 7; 8 von 10, bleiben 2; 6 von 7, bleibt 1, und 2 ist 2. Er hat also 21277 Rthlr. 7 Gr. 10 Pf. mehr ererbet. V. Richtig. Nun die Probe.

		24	12
K.	28174 Rthlr.	6 Gr.	4 Pf.
	6896 —	22 —	6 —
	21277 Rthlr.	7 Gr.	10 Pf.
	28174 Rthlr.	6 Gr.	4 Pf.

10 Pf. und 6 Pf. sind 16 Pf., machen 1 Gr. 4 Pf. Da sind die 4 Pf. schon; den 1 Gr. zähle ich zu den Groschen; 1, und 7, sind 8, und 2, sind 10, die 0 schreibe ich mir besonders hin, die 1 von der 10 zu der andern 2 der 22 Gr. machen 3; folglich 30 Gr. Dieß sind 1 Rthlr. und 6 Gr. Die 6 Gr. sind auch schon da. Den

C 1 Rthlr.

1 Rthlr. zähle ich zu den Thalern, als: 1 und 7, sind 8, und 6, sind 14, die 4, wird hingeschrieben, und die 1, zu den folgenden gezählet; 1 und 7, sind 8, und 9, sind 17, die 7, wird hingeschrieben, und mit der 1 weiter gezählt; 1 und 2, sind 3, und 8, sind 11; 1, und 1, sind 2, und 6, sind 8; 2 bleibt 2. Sehen Sie lieber Vater! Es ist ganz richtig. V. Ich sehe mit Vergnügen deine Fortschritte in der Rechenkunst; und nun noch eine Aufgabe. Ein Pachter gewann im Jahr 1785 von seinen Ländereyen 8314 Wspl. 8 Schfl. 6 Metzen Getraide; allein im Jahr 1786 gewann er 15102 Wspl. 4 Schfl. 3 Metzen; es fragt sich: wie viel er in dem leztten Jahre mehr gewonnen habe? Wie wirst du nun diese Aufgabe ordentlich setzen? — K. Ich weiß nicht anders, als daß man die kleinere Zahl unter die größere setzet. V. Recht, mein Sohn! So mach' es auch hier. K. Also:

		24	16
	15.1.0 2 Wspl.	4 Schfl.	3 Metz.
Darunter werden gesetzet	8314 —	8 —	6 —
	6787 Wspl.	19 Schfl.	13 Metz.

Er hat also sechs Tausend, sieben Hundert, achzig und sieben Winspel, neun und zehn Scheffel, und 10 und 3 Metzen mehr gewonnen, als im Jahr 1785. V. Und die Probe, mein Sohn? — K. Es ist wahr! Nun die will ich auch machen. 13 Metz. und 6 Metz. sind 19

Metzen.

Metzen, folglich 1 Schfl und 3 Metzen. 1 und 9, sind 10, und 8, sind 18, 1, und 1, sind, also 28 Schfl. macht 1 Wspl. und 4 Schfl. 1, und 7, sind 8, und 4, sind 12; 1, und 8, sind 9, und 1, sind 10; 1, und 7, sind 8, und 3, sind 11; 1, und 6, sind 7, und 8, sind 15. Sehen Sie daß ich ganz richtig gerechnet habe. V. Das ist mir lieb! Aber ich lasse dich nicht umsonst die Probe immer machen; denn ich möchte dich gern gewöhnen, daß du dich von der Wahrheit einer jeden Sache selbst zu überzeugen suchtest. Ueberdem trift es sich, daß man, selbst wenn man schon fertig rechnen kann, eine Ziffer unrecht schreibt, woraus hernach eine große Unrichtigkeit entstehet. Du siehst also, wie nöthig es ist, immer eine Probe zu machen. Noch eine Aufgabe. Ziehe ab 8764

5752
3012

2, von 4, bleibt 2, 5, von 6, bleibt 1, 7, von 7, bleibt 0, 5, von 8, bleibt 3, bemerke hierbey: wo nichts bleibt muß doch eine 0 hingeschrieben werden. Sonst hieße dieser Rest nur ,12, da er doch 3 Tausend und zwölfe ist. K. Ich will Ihre Lehren immer behalten lieber Vater! Morgen also etwas neues? — V. Ja, mein Sohn! Mache dir heute Abend nur das Einmahleins bekannt, dann wird es dir nicht schwer werden. Jezt besinne ich mich; du solltest

solltest es mir ja rein abgeschrieben zeigen? Hast du es schon abgeschrieben? — K. Nein, lieber Vater! V. Nun, ich hoffe, daß du es mir morgen wirst zeigen können. Jezt wollen wir unsre andere Beschäftigungen vornehmen; denn man muß nie müßig seyn.

Drittes Gespräch.

Von der Multiplication.

Vater.

Du hast in den vorhergehenden Stunden gelernt, wie du durch die Addition die Zahlen vermehren kannst. Heute wollen wir eine andre Art der Vermehrung lernen: die Multiplication oder Vervielfältigung einer Zahl. Sage mir doch, wie würdest du es anfangen, wenn du eine Zahl z. B. die 9 dreymahl nehmen solltest? K. Das kann ich leicht wissen, in dem Einmahleins stehet dreymahl 9 ist 27. V. Aber wenn du das Einmahleins noch nicht wüßtest? K. Dann würd' ich die 9 dreymahl unter einander setzen und hernach addiren 9

9

9

———

27

V. Ganz richtig. Du kannst dir eine sehr deutliche Vorstellung durch diese 27 Punkte davon machen:

1 mahl

1 mahl . . . . 9 Punkte
und noch 1 mahl . . . . 9 Punkte
und noch 1 mahl . . . . 9 Punkte

Diese 3 mahl 9 Punkte machen, wenn du sie einzeln zählest, zusammen 27 Punkte. Wenn ich dir sage, du sollst 26 viermahl nehmen, wie machst du das? K. Ich würde die 26 viermahl unter einander setzen, und dann addiren. V. Du würdest allerdings richtig rechnen, allein nicht am kürzesten. Diese kürzeste Art die Zahlen zu vervielfältigen, oder die Zahl verschiedene mahl zu nehmen, lehrt uns die Multiplication. Dadurch daß du die Zahl 26 zu sich selbst addirest, erhälst du ebenfalls ein Vielfaches derselben, und zwar ein solches Vielfache, als so oft du die Zahl zu sich selbst addirest hast. Viermahl 26 sagt eben so viel als wenn ich dir sage, du sollst die Zahl 26 viermahl zu sich selbst addiren. Im Grunde ist die Multiplication nichts anders als eine verkürzte Addition der Zahlen zu sich selbst. Das Einmahleins ist nichts anders für dich, als eine Erleichterung, daß du nicht jede Zahl zu sich selbst einzeln zu addiren brauchst. Siehe nur hier, 3, mahl 3, ist 9. Wenn du das Einmahleins nicht wüßtest so müßtest du allemahl erst 3 hinsetzen, und dann addiren.

3
3

Nun aber hat der Verfertiger des Einmahleins dir dieses vorgearbeitet, und du brauchst, statt selbst zu rechnen, nur nachzusehen, wie viel 3

mahl 3 macht. Ich gab dir eben eine Zahl, die 26, welche du multipliciren solltest. Diese Zahl, welche du multipliciren sollst, heißt der Multiplicandus. Auch gab ich dir eine Zahl, womit du multipliciren sollst, die 4, diese Zahl heißt der Multiplicator, und die Zahl, welche heraus kommt, wenn du beyde mit einander multiplicirst, heißt das Produkt. Der Multiplicator 4, zeigt dir an, wie vielmahl du die Zahl 26, zu sich selbst addiren sollst. Was thut man, wenn man von dem Multiplicandus das Vielfache sucht, so wie es der Multiplicator anzeigt? K. Man multiplicirt. V. Und wie oft nimmt man also den Multiplicandus, und addirt ihn zu sich selbst? K. So oft der Multiplicator eins enthält. V. Was denkst du dir also, wenn ich dir sage, du sollst die Zahl 26 viermahl nehmen? K. Ich soll sie multipliciren. Aber wie mach ich das, viermahl 26, steht nicht im Einmahleins. V. Setze die Zahl 26 den Multiplicandus nur einmahl hin 26
Schreibe den Multiplicator darunter = 4

104.

Darauf denkst du 4, mahl 6, ist vier und zwanzig Einzelne oder vier Einzelne und 2, Zehende. Die 4, Einzelnen setzest du unter den Strich, und nimmst die 2, Zehende zu der folgenden Zahl des Multiplicanden. Nun denke viermahl 2, Zehende sind 8, Zehende, und die 2, Zehende, welche ich aus den Einzelnen bekam, sind Zehn.

Setze

Setze diese auch unter den Strich und du hast 104. K. Sie haben Recht, lieber Vater, diese Art vermittelst des Einmahleins zu vervielfältigen, erspart mir vielen Raum und Zeit, und ist viel kürzer, als wenn ich die 26 viermahl zu sich selbst genommen, unter einander geschrieben hätte. V. Wenn du nun das Einmahleins kannst, so wird es dir nicht schwer werden, auch mit jeder andern Zahl zu multipliciren. Wie würdest du sagen, wenn du 40 mit 6 multipliciren solltest? K. Sechs mahl 0 ist Sechse. V. Nein, mein Sohn! Sechs mahl 1 ist ja Sechse. Sechs mahl 0, ist 0, und 4 mahl 6 ist 24. Also 24, mahl 6, ist 240. V. Wie viel ist nach dem Einmahleins 4 mahl 3? K. Das steht nicht darin. V. Aber es steht doch darin 3, mahl 4, macht 12. Nun ist es einerley, ob du 3, mahl 4, oder 4, mahl 3, sagst. Siehe nur her

1 mahl . . . . Punkte
und noch 1 mahl . . . . —
und noch 1 mahl . . . . —

sind 3 mahl 4 Punkte machen 12 Punkte. Und

1 mahl . . . Punkte
und noch 1 mahl . . . —
und noch 1 mahl . . . —
und noch 1 mahl . . . —

sind 4 mahl 3 Punkte und machen auch 12 Punkte. 3, mahl 9, macht 27. Sage mir doch wie viel macht 6, mahl 9? K. Macht 54. V. Du weißt das aus dem Einmahleins.

Allein gesetzt du hättest das Einmahleins nicht, wie würdest du es wissen können, daß 6 mahl 9, macht 54. Beobachte diese zwey Sätze nur recht genau. K. 6 mahl 9 ist gerade noch ein mahl so viel, als 3 mahl 9; folglich muß das Produkt von jenem auch noch ein mahl so viel seyn, als das Produkt aus diesem. Nun brauche ich nur zu sagen 2 mahl 27 ist 54. V. Wenn du weißt 3 mahl 9 macht 27, wie würdest du schließen, wie viel 3 mahl 18 macht? K. Eben so. Hier ist der Multiplicandus 18, noch ein mahl so groß, als der Multiplicandus 9; folglich muß das Produkt noch einmahl so groß seyn, nehmlich 54. V. Du wirst nun auch leicht begreifen, daß wenn der Multiplicator oder der Multiplicandus 3, oder 4, oder 5, oder 6 mahl größer wird, auch das Produkt immer um 2, 3, 4, 5, oder 6 mahl größer seyn müsse. Z. B. 3 mahl 9 ist 27. Wie viel ist 18 mahl 9? K. 18, ist 6 mahl größer als 3, denn 3 mahl 6 ist 18; folglich muß das Produkt auch 6 mahl größer als 27 seyn.

$$\begin{array}{r} 27 \\ 6 \\ \hline 162 \end{array}$$

6 mahl 27 ist also 162. V. Richtig, mein lieber aufmerksamer Sohn. Noch eins. 3 mahl 9, ist 27, wie viel ist 6 mahl 18? K. Hier ist der Multiplicator noch einmahl so groß; folglich wird das Produkt schon 2 mahl 27 seyn. Das ist aber noch nicht genug; der Multiplicandus ist

auch

auch noch einmahl so groß; folglich muß das Produkt Viermahl 27 seyn, und das ist 108. 6 mahl 18 ist ganz richtig 108. V. Sage mir doch, wenn du 10 hast und setzest eine 0 hinzu. Wie viel wird es dann? K. Hundert. V. Wenn du noch eine 0 hinzusetzest? K. Tausend. Durch jedesmahliges hinzusetzen einer 0 wird ja die Zahl um Zehnmahl größer. V. Gut. Gesetzt nun du weißt, daß 4 mahl 10 macht 40, wenn nun der Multiplicator zehnmahl größer wird, also 40, um wie vielmahl wird nun das Produkt größer? K. 10 mahl. V. Was hast du hierbey zu thun? K. Ich setze zu jenem Produkt 40 noch eine 0 hinzu, dann wird die 40 um zehnmahl größer, also 400. V. Multiplicire 120 mit 10. K. Das heißt, ich soll 120 zehnmahl größer machen, ich setze also noch eine 0 hinzu, nun habe ich 1200. V. Diese 1200 multiplicire wieder mit 30. K. Mit 30? warten Sie, da muß ich erst ein wenig nachdenden. Wie wäre es wenn ich so denke, 30 besteht aus 3 mahl 10. Nun will ich erst 3 mahl 1200 nehmen, macht 3600. Aber ich muß sie noch zehnmahl größer machen, und setze also noch eine 0 hinzu, nun habe ich 36000. V. Deine Ueberlegung ist ganz richtig. Ziehe dir daraus die Regel, daß wenn im Multiplicandus, oder im Multiplicator am Ende Nullen sind oder in beyden zugleich, du nur die eigentlichen Zahlen zu multipliciren brauchst und hernach so viele Nullen hinzusetzest, als im Multiplicator

und Multiplicandus am Ende Nullen sind. Also 30 mahl 1200? K. Ich sage 3 mahl 12 ist 36, und drey Nullen hinzu macht 36000. V. 3000 mahl 603? K. Ich sage 3 mahl 3 ist 9, 3 mahl 0 ist 0, 3 mahl 6 ist 18, und 3 Nullen dazu, ist 1809000

603
3000
1809000

V. Setze lieber die 3 unter die lezte Zahl des Multiplicanden und die Nullen hinten hinaus. Dann kannst du bey den Nullen anfangen und brauchst blos die Nullen herunter zu setzen, ohne damit zu multipliciren. Also

603
3000
1809000

K. Das habe ich begriffen, lieber Vater, kann ich nun schon alles multipliciren? V. Wir wollen sehen. Multiplicire 243 mit 26. K. Ich will nachdenken. Mein Multiplicator besteht aus 2 Zahlen. Die 6 sind Einzelne und die 2 sind Zehende, also 20. Ich will also erst mit 6 multipliciren, nun habe ich Diese multiplicire ich nun wieder mit 20

243
6
1458
20
29160

V. Nein das ist falsch, du hast viel zu viel. Du sollst ja nicht das Produkt, welches aus 243 mit 6 multplicirt, entstehet, noch 20 mahl nehmen. Wenn du dieses hättest thun sollen, würd' ich gesagt haben: multiplicire 243 mit 6, und das Pro-

Produkt mit 20. K. Sie haben recht, lieber Vater, 243 mit 6 macht - - 1458
nun muß ich die nehmlichen 243 auch mit 20 multipliciren, macht 4860
Dieses beydes muß ich zusammen nehmen oder addiren, da bekomme ich 6318
V. Das ist richtig. Du kannst es aber kürzer machen. Sage mir warum steht die Null in der zweyten Reihe? K. Damit die folgende 6 ihren gehörigen Platz bekommt und 60, heißt. V. Also wenn du nur die 6, auf ihre gehörige Stelle setzest, so kannst du die 0 weglassen. Es kommen doch 6318. Wenn du anstatt 26 zum Multiplicator 261, also 3 Zahlen gehabt hättest; so würdest du gedacht haben, mein Multiplicator besteht aus Einzelnen, Zehenden und Hunderten. Ich muß erst mit den Einzelnen multipliciren. Eins verändert die Sache nicht, also bliebe - - 243
Nun habe ich mit den Zehenden oder mit dem Zehner 6 zu multipliciren, welcher 60 bedeutet, 60 mahl 243 ist 14580
nun habe ich mit 200 zu multipliciren, 48600
macht zusammen - - 63823
Sage mir, wäre es nicht gleich viel, wenn du die 2 Nullen, welche du durch die Hunderte erhalten hast, weggelassen, und die erste würkliche Zahl 6, nur an ihren gehörigen Platz in der dritten Stelle gesetzt hättest? K. Allerdings, ich hätte auch 63820 erhalten. V. Nun will ich dir die

Abkür-

Abkürzung der Arbeit zeigen. Setze die also hin, daß die Einer unter die Einer, die Zehende unter die Zehende, die Hunderte unter die Hunderte kommen. Darunter schreibe deinen Multiplicator. Dann ziehe einen Strich darunter Nun sage: 1 mahl 3, ist 3, 1 mahl 4 ist 4, 1 mahl 2 ist 2, das waren die Einzelnen. Nun fängst du an mit deinen Zehenden, 3 mahl 6, ist 18. Eigentlich sollst du denken, 3 mahl 60, ist 180, weil die 6, Zehende sind. Wo setzest du nun die 8 hin, wenn du die 0 wegläßt? K. In die zweyte Stelle. V. Du sagst also 3 mahl 6, ist 18, und rückst die 8 um eine Stelle hinein. Ferner 4 mahl 6 ist 24, und die 1, welche du bey den 18 im Sinn behalten hast, ist 25. Ferner 2 mahl 6, ist 12, und die 2, welche du im Sinn behalten hast, ist 14. Nun geht es an die Hunderte. Du sagst 2 mahl 3, ist 6; eigentlich denkst du 3 mahl 200 ist 600, denn die 2, bedeutet 200. Wenn nun die 6, Hunderte bedeuten soll, und du willst Nullen weglassen, in welche Stelle kommt sie. K. In die dritte Stelle. V. Ich sage also 2 mahl 3, ist 6, und rücke die 6, um 2, Stellen hinein, 2 mahl 4, ist 8, 2 mahl 2 ist 4. Dieses addirt macht 63423.

```
  243
  261
 ----
  243
 1458.
 486..
-----
63423
```

K. Ich

K. Ich sehe, daß ich hieraus die Regel folgern kann: ich muß die erste Ziffer der Einzelnen des Produkts aus dem Einzelnen, gerade unter die Ziffern der Einzelnen des Multiplicanden, und die erste Ziffer der Zehenden des Produkts gerade unter die Ziffern der Zehenden des Multiplicanden setzen und so weiter. V. Richtig, mein Sohn, multiplicire nun auch 834 mit 204.

K. Ich schreibe hin = = 834
204
———
Nun sage ich 4 mahl 4 ist 16 u. s. w. macht 3336
Nun sage ich 4 mahl 0 ist 0, 3 mahl ..
0 ist 0 und so weiter. = 000
Nun sage ich 2 mahl 4 ist 8 u. s. w. 1668 .
———
170136

V. Du siehest, daß du auch hier die 0 ganz weglassen kannst, wenn nur die erste Ziffer der Hunderte auf ihre dritte Stelle kommt. Also 834
204
———
3336
1668
———
170136

Wenn du 4000 mit 250 multipliciren sollst, wie schreibst du das hin? K. Eigentlich sollte ich setzen = = 4000
250

Ich kann aber anfänglich die 0 ganz übergehen.

Setze

Setze also - - 4
25
———
20
8
———
109
———
Die 4 Nullen darzu, machen 1000000

V. Ich habe dir gesagt, daß es gleich viel ist, ob du sagst 4 mahl 25 oder 25 mahl 4. Du kannst also auch setzen 25
4
———
100 und dazu 4 Nullen,
macht 1000000

Du siehest, daß dieses noch kürzer ist, wähle also künftig allemahl das kürzeste. K. Wissen Sie wohl, daß wir etwas vergessen haben. V. Was mein Sohn? K. Die Probe. V. Vergessen habe ich sie nicht; allein ich habe sie noch übergangen, weil du vorher noch eine andere Rechnungsart lernen mußt, nämlich die Division. Durch die Division probirt man die Multiplication. K. Wenn die Division die Probe von der Multiplication ist; so muß sie gerade das Gegentheil von dieser seyn. V. Du hast recht, Wir wollen das in der künftigen Stunde sehen.

Viertes Gespräch.

Von der Division.

Vater.

Mein Sohn, du hast mir bisher durch deine Aufmerksamkeit recht viele Freude gemacht. Dieses mein Geständniß ist für dich eine große Belohnung, das weiß ich. Denn es ist die angenehmste und schönste Empfindung der menschlichen Seele, welche aus dem Bewußtseyn entspringt, andern Freude gemacht und wohl gethan zu haben. Auch veredelt diese Empfindung uns selbst indem wir Gott, dem gütigen Vater, welcher allen Menschen so gerne wohl thut, dadurch ähnlich werden. Ich will dir auch eine Freude machen. Hier schenke ich dir 12 schöne Pfirsiche aus unserm Garten, als ein Zeichen meiner Liebe und meiner Zufriedenheit mit deinem Fleiße. K. Ich bedanke mich, lieber guter Vater. Diese 3 will ich meiner Mutter, diese 3 meiner Schwester Sophie, diese 3 meinem Bruder schenken und diese 3 will ich für mich behalten. V. Schön mein Sohn! Dafür will ich dich nun auch wieder etwas neues lehren. Sage mir, was hast du mit den 12 Pfirsichen vorgenommen? K. Ich habe sie vertheilt. V. Wie hast du sie vertheilt? hast du einem mehr, dem andern weniger gegeben? K. Ich habe jedem gleich viel davon gegeben.

V. Unter

V. Unter wie viel Personen hast du sie vertheilt. K. Unter vier Personen. V. Wenn ich dir also sage, hier hast du 12 Stück von einer Sache, theile sie unter 4 Personen, so heißt das doch wohl eben so viel, als wenn ich sagte: siehe zu wie viel ein Theil ausmacht, wenn du 12 in 4, gleiche Theile theilen sollst. K. Ganz gewiß. V. Siehe, das heißt dividiren. Wenn du 5, von 8 abziehest, so theilest du auch die 8, in 2, aber ungleiche Theile, wovon ein Theil 5 und der andere 3 ausmacht; allein bey der Division theilest du deine Zahl in gleiche Theile, und siehest wie viel auf jeden Theil kommt. Die Zahl, welche getheilt werden soll, heißt der Dividende. Bey den Pfirsichen ist dein Dividende die 12. Die Zahl, wodurch jene getheilt werden sollen, heißt der Divisor. Wodurch hast du deine 12 Pfirsiche getheilt? K. Durch 4, das ist also mein Divisor. V. Und wie viel kam auf einen jeden Theil? K. Drey. V. Das ist also die Zahl, welche heraus kommt, wenn du 12, durch 4 theilest und die heißt der Quotient. Dein Dividende ist also 12, und dein Divisor 4, und dein Quotient ist 3. Wenn ich dividire, so sage ich 4, ist in der 12, 3 mahl enthalten. Siehe hier sind deine 12 Stück in 12 Punkten.

Einmahl . . . . 4 Punkte
noch 1 mahl . . . . 4 —
noch 1 mahl . . . . 4 —

Das sind 3 mahl 4 Punkte, wie vielmahl ist die

die 4, in der 12, enthalten. K. Offenbar 3 mahl. Setze wieder 12 Punkte also:

. . .
. . .
. . .
. . .

Wie viel hast du hier Theile, oder wie oftmahl die 3 Punkte? K. 4 mahl. V. Wie viel ist der vierte Theil von den 12 Punkten? K. 3 Punkte. V. Du vervielfältigest durch die Multiplication eine Zahl, so oft als die Zahl, womit du multipliciren sollst, Eins enthält. Du weißt auch schon aus eigener Vermuthung, daß die Division das Gegentheil der Multiplication ist. Es wird dir daher verständlich seyn, wenn ich sage: durch die Division wird eine gegebene Zahl in so viele gleiche Theile getheilet, als die Zahl, wodurch man dividirt, Eins in gleiche Theile theilet, z. B. 6 durch 3. Dein Divisor 3, theilet die Eins in 3 gleiche Theile, und dein Dividende wird auch durch den Divisor in 3 gleiche Theile getheilt, wovon jeder Theil 2, dein Quotient ist. Ferner wirst du mich verstehen, wenn ich dir sage, durch die Division suche ich eine Zahl, welche in dem Dividenden so oft enthalten ist, als die Eins in dem Divisor. Wie vielmahl ist 3, in 12, enthalten? K. 4 mahl. V. Nun ist die 1, in 3, 3 mahl enthalten, und die 4, in 12, auch 3 mahl. Nach diesen Erklärungen wollen wir weiter gehen. Wie machst du es, wenn du 16, durch 4, dividiren sollst? K. Ich will es einmahl so machen. Ich

soll 16, in 4 gleiche Theile theilen, also will ich abziehen . . 1 mahl 4

	bleibt 12
und noch 1 mahl	4
bleibt	8
und noch 1 mahl	4
bleibt	4
und noch 1 mahl	4
	0

Dieses sind 4 mahl 4. V. Du findest hier die gleichen Theile durch die Subtraktion, so wie du anfänglich das Vielfache durch die Addition fandest. Wie nun die Multiplication vermittelst des Einmahl Eins die jedesmahlige einzelne Addition der Zahlen zu sich selbst ersparet hat, so ersparet mir die Division auch die einzelne Subtraktion des Divisors, vermittelst des Eins in Eins. K. Also bey dem Eins in Eins ist schon ausgerechnet, wie vielmahl eine Zahl in der andern enthalten ist? V. Ja. Hier ist es.

Das Eins in Eins.

1 in	1 habe ich	1 mahl
2 ⸗	1 ⸗	0 ⸗
2 ⸗	2 ⸗	1 ⸗
2 ⸗	3 ⸗	1 ⸗
2 ⸗	4 ⸗	2 ⸗
2 ⸗	5 ⸗	2 ⸗
2 ⸗	6 ⸗	3 ⸗
2 ⸗	7 ⸗	3 ⸗
2 ⸗	8 ⸗	4 ⸗
2 ⸗	9 ⸗	4 ⸗
2 ⸗	10 ⸗	5 ⸗
2 ⸗	11 ⸗	5 ⸗
2 ⸗	12 ⸗	6 ⸗
2 ⸗	13 ⸗	6 ⸗
2 ⸗	14 ⸗	7 ⸗
2 ⸗	15 ⸗	7 ⸗
2 ⸗	16 ⸗	8 ⸗
2 ⸗	17 ⸗	8 ⸗
2 ⸗	18 ⸗	9 ⸗
2 ⸗	19 ⸗	9 ⸗
2 ⸗	20 ⸗	10 ⸗

3 in	1 habe ich	0 mahl
3 ⸗	2 ⸗	0 ⸗
3 ⸗	3 ⸗	1 ⸗
3 ⸗	4 ⸗	1 ⸗

3 in	5 habe ich	1 mahl
3 ⸗	6 ⸗	2 ⸗
3 ⸗	7 ⸗	2 ⸗
3 ⸗	8 ⸗	2 ⸗
3 ⸗	9 ⸗	3 ⸗
3 ⸗	10 ⸗	3 ⸗
3 ⸗	11 ⸗	3 ⸗
3 ⸗	12 ⸗	4 ⸗
3 ⸗	13 ⸗	4 ⸗
3 ⸗	14 ⸗	4 ⸗
3 ⸗	15 ⸗	5 ⸗
3 ⸗	16 ⸗	5 ⸗
3 ⸗	17 ⸗	5 ⸗
3 ⸗	18 ⸗	6 ⸗
3 ⸗	19 ⸗	6 ⸗
3 ⸗	20 ⸗	6 ⸗
3 ⸗	21 ⸗	7 ⸗
3 ⸗	22 ⸗	7 ⸗
3 ⸗	23 ⸗	7 ⸗
3 ⸗	24 ⸗	8 ⸗
3 ⸗	25 ⸗	8 ⸗
3 ⸗	26 ⸗	8 ⸗
8 ⸗	27 ⸗	9 ⸗
3 ⸗	28 ⸗	9 ⸗
3 ⸗	29 ⸗	9 ⸗
3 ⸗	30 ⸗	10 ⸗

4 in 1, 2, 3,	habe ich	0	mahl
4 = 4, 5, 6, 7	=	1	=
4 = 8, 9, 10, 11	=	2	=
4 = 12, 13, 14, 15	=	3	=
4 = 16, 17, 18, 19	=	4	=
4 = 20, 21, 22, 23	=	5	=
4 = 24, 25, 26, 27	=	6	=
4 = 28, 29, 30, 31	=	7	=
4 = 32, 33, 34, 35	=	8	=
4 = 36, 37, 38, 39	=	9	=
4 = 40 und so weiter.	=	10	=

5 in 1, 2, 3, 4	habe ich	0	mahl
5 = 5, 6, 7, 8, 9	=	1	=
5 = 10, 11, 12, 13, 14	=	2	=
5 = 15, 16, 17, 18, 19	=	3	=
5 = 20, 21, 22, 23, 24	=	4	=
5 = 25, 26, 27, 28, 29	=	5	=
5 = 30, 31, 32, 33, 34	=	6	=
5 = 35, 36, 37, 38, 39	=	7	=
5 = 40, 41, 42, 43, 44	=	8	=
5 = 45, 46, 47, 48, 49	=	9	=
5 = 50 und so weiter.	=	10	=

6 in 1, 2, 3, 4, 5	habe ich	0	mahl
6 = 6, 7, 8, 9, 10, 11	=	1	=
6 = 12, 13, 14, 15, 16, 17	=	2	=
6 = 18, 19, 20, 21, 22, 23	=	3	=
6 = 24, 25, 26, 27, 28, 29	=	4	=
6 = 30, 31, 32, 33, 34, 35	=	5	=

6	=	36, 37, 38, 39, 40, 41	habe ich	6	mahl
6	=	42, 43, 44, 45, 46, 47	=	7	=
6	=	48, 49, 50, 51, 52, 53	=	8	=
6	=	54, 55, 56, 57, 58, 59	=	9	=
6	=	60 und so weiter.	=	10	=

7	in	1, 2, 3, 4, 5, 6	habe ich	0	mahl
7	=	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	=	1	=
7	=	14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	=	2	=
7	=	21, 22, 23, 24, 25, 26, 27	=	3	=
7	=	28, 29, 30, 31, 32, 33, 34	=	4	=
7	=	35, 36, 37, 38, 39, 40, 41	=	5	=
7	=	42, 43, 44, 45, 46, 47, 48	=	6	=
7	=	49, 50, 51, 52, 53, 54, 55	=	7	=
7	=	56, 57, 58, 59, 60, 61, 62	=	8	=
7	=	63, 64, 65, 66, 67, 68, 69	=	9	=
7	=	70 und so weiter.	=	10	=

8	in	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	habe ich	0	m.
8	=	8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	=	1	=
8	=	16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23	=	2	=
8	=	24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31	=	3	=
8	=	32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39	=	4	=
8	=	40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47	=	5	=
8	=	48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55	=	6	=
8	=	56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63	=	7	=
8	=	64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71	=	8	=
8	=	72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79	=	9	=
8	=	80 und so weiter.	=	10	=

9	in	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	habe ich	0	m.
9	=	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17	=	1	=
9	=	18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26	=	2	=
9	=	27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35	=	3	=
9	=	36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44	=	4	=
9	=	45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53	=	5	=
9	=	54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62	=	6	=
9	=	63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71	=	7	=
9	=	72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80	=	8	=
9	=	81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89	=	9	=
9	=	90 und so weiter.	=	10	=

Heute wollen wir es blos nachsehen, hernach lerne es fertig auswendig. Dividire einmahl 48 durch 7, und sage mir wie vielmahl ist 7, in 48, enthalten, ohne im Eins in Eins nachzusehn? K. 7 mahl. V. Nein, denn 7 mahl 7 ist 49. Offenbar kann also 7, in 48, nicht 7 mahl enthalten seyn. K. Also 6 mahl. V. Ja; 6 mahl ist 7, in 48, enthalten. Du siehest nun wohl, wie oft du vergeblich probiren müßtest, den Quotienten zu finden, welcher nicht zu groß und nicht zu klein wäre, wenn du das Eins in Eins nicht hättest. K. Ich will es recht fleißig auswendig lernen, damit es mir so geläufig wird, als das Einmahleins. V. 6 mahl 7, macht 42. Das heißt, du hast die die Sieben 6 mahl vervielfältiget, und daraus 42, erhalten. Wenn du nun die Sieben 6 mahl wieder wegnimmst, oder 42 in 6 gleiche Theile theilest, wie

viel

viel kommt da heraus? K. Offenbar wieder 7. Wenn ich 42 Pfennige in 6 gleiche Haufen theile, so kommt auf jeden 7. V. Du begreifst also nun, wie die Division die Probe der Multiplication ist. Indem man das Produkt durch den Multiplicator dividirt, so erhält man wieder den Multiplicandus. Sage mir doch, warum konntest du vorhin 48, durch 7, nicht 7 mahl theilen? K. Sie sagten mir ja, weil 7 mahl 7, schon 49, wäre. Und also sehe ich auch, daß die Multiplication wieder die Probe von der Division macht. V. Richtig, theile 48 Pfennige durch 6. Stelle dir vor, dein Divisor bedeutete 6 Personen, unter diese theile zu gleichen Theilen, deine 48 Pfennige, wie viel bekommt ein jeder? Schreibe deine 6 Personen hin.

	1 Pf.	2 P.	3 P.	4 P.	5 P.	6 P.	7 P.	8 P.
1te Person	.	.	.	.	.	.	.	.
2te Person	.	.	.	.	.	.	.	.
3te Person	.	.	.	.	.	.	.	.
4te Person	.	.	.	.	.	.	.	.
5te Person	.	.	.	.	.	.	.	.
6te Person	.	.	.	.	.	.	.	.

Gieb einer jeden Person erst 1 Pf., so hast du 6 Pf. vertheilt, gieb einer jeden noch 1 Pf., so hast du 12 vertheilt, noch einen, so hast du 18, noch einen, so hast du 24, noch einen, so hast du 30, noch einen, so hast du 36, noch einen, so hast du 42, noch einen, so hast du 48 Pfennige ver-

vertheilt, und jeder hat 8 Pfennige. Also 6, in 48, kommt auf jeden 8. Nun nimm aber jede 8 Pf. von allen deinen 6 Personen wieder zusammen, so hast du wieder 48 Pf. Daraus begreifst du deutlich, daß du nur den Divisor wieder mit deinen Quotienten zu multipliciren brauchst, um deinen Dividenden heraus zu bekommen, oder zu sehen, ob du deinen Dividenden durch den Divisor, so oft getheilt hast, als möglich. K. Ganz recht, lieber Vater, denn wenn ich Etwas in gleiche Theile vertheile, und nehme einen einzelnen Theil, so oftmahl wieder zusammen, als so oft ich das Ganze getheilt habe, so muß wieder das Ganze herauskommen. V. Dieses geschiehet nun bey jeder Division. Du wirst das sehen, wenn wir eine Zahl dividiren, welche aus Zehnern und Einern bestehet, z. B. 48, durch 3. Siehe erstlich wie oft die 3, in 4, enthalten ist. K. Nur einmahl. V. Du sagst 3, in 4, habe ich 1 mahl. Nun multiplicirst du deinen Quotienten mit dem Divisor, und sagst 3 mahl 1, oder 1 mahl 3 ist 3. Nun hast du deinen Zehenden vertheilt, so daß jeder von den 3, einen Zehner oder ein Zehend bekommt. Allein es bleibt, wenn du die 3 Zehende von 4 Zehenden abziehst, noch ein Zehend übrig. Du streichst die 4, zum Zeichen, daß sie getheilt ist, durch, und setzest den Rest darunter. Diesen Rest nimmst du nun zu den folgenden Einzelnen und du hast 18 Einzelne. Theile diese wieder,

und

und sage 3, in 18, hab' ich 6 mahl, denn 3 mahl 6 macht 18, von 18 geht auf. Streiche also die 18, auch durch. Willst du sehen, ob du richtig dividirt hast, so multiplicirest du deinen ganzen Quotienten 16, mit 3, und du hast wieder deinen Dividenden 48. Sage mir doch, wie vielmahl ist 2, in 922 enthalten? K. Zeigen Sie mir doch wie ich es am kürzesten mache. V. Setze deinen Divisor etwas ab von deinem Dividenden, gegen diesen über. Dann überlege, daß du hier auch mit Einern, Zehnern und Hunderten zu thun hast. Hier fängst du aber nicht bey den Einern, wie bey den bisherigen Rechnungsarten, sondern von vorne an, bey der Zahl von dem größten Werth. Hinter deinen Dividenden ziehe einen Strich herunter, dahinter schreibe deinen Quotienten.

	Divisor.	Dividende.	Quotient.
Also:	2)	922	4

Siehe in deinem Eins in Eins zu, wie viel macht 2, in 9? Du findest 4. Das sind Hunderte. Diesen Quotienten multiplicirst du mit deinem Divisor, und sagst 2 mahl 4 macht 8. K. Nein das geht nicht, ich soll ja 9, haben, und bekomme nur 8. V. Du sagst aber doch 2, in 9, habe ich 4. Denke dein Divisor bestünde aus 2 Personen, welche sich in 900, theilen sollten. Unter diese Personen hättest du also die 900 vertheilt, und jede hätte 400 bekommen. Weil aber 2 mahl 4, nur 8, macht, so bleibt, wenn diese 8

(800) von der 9 (900) des Dividenden abgezogen werden, noch 1 (nehmlich 100) übrig, welches auch noch vertheilt werden muß. Ziehe die 8, also ab von 9, mache durch die 9 einen Strich und setze den Rest 1, darunter.

2) ~~9~~22 | 4
  1 |

Diese Eins nimm nun zu den folgenden Zehenden. Wie viel hast du nun zu theilen? K. Ich habe 12 Zehende. V. Wie oft kannst du diese 12 Zehende durch 2 theilen? K. 2 in 12 kann ich 6 mahl. V. Setze diese 6 wieder hinter den Strich, sprich 2 mahl 6 macht 12, von 12 geht auf. Du hast nun die Zehenden wirklich getheilt.

2) ~~92~~2 | 46
  ~~1~~ |

Jeder bekommt 6 Zehende. Was bleibt nun noch zu vertheilen übrig? K. Die 2 einzelnen, und, 2 in 2, kann ich 1 mahl, 2 mahl 1 ist 2, 2 von 2 geht auf; folglich streich ich die 2 durch

2) ~~922~~ | 462
  ~~1~~ |

Wenn sich 4 Personen in 420, theilen sollten, wie viel bekäme ein jeder? K. 4, in 4, habe ich 1 mahl. Einmahl 4 ist 4, von 4 geht auf. Also hätte ich schon die Hundert getheilt.

4) ~~4~~20 | 1

Aber nun soll ich die Zehende theilen, nun da habe ich zu wenig. Den 4 in 2 kann ich gar nicht. V. Uebergehe sie also, oder vielmehr

mache

mache die 2 Zehende zu Einern, dann hast du zwanzig. Nimm die folgenden einzeln dazu, hier hast du keine Einzelne; folglich bleiben es 20 Einzelne. Wie oft kannst du die 20 durch 4 theilen? K. 4 in 20 kann ich 5 mahl. 4 mahl 5 ist 20 von 20 geht auf. 4) 420 | 15
V. Wie viel hast du nun? K. 15. V. Das ist nicht recht, du hast ja gesagt, jeder hätte Hundert bekommen, keine Zehner und 5 Einzelne. Du mußt also die 1, welche hier in der zweyten Stelle steht, in die dritte Stelle setzen, damit es Hundert werde. Das geschiehet, wenn du statt der Zehner eine 0 in den Quotienten setzest 105. Nun sind es 105. Merke also, daß wenn künftig dein Divisor in dem Dividenden gar nicht enthalten ist, du immer eine 0 im Quotienten setzest. Theile 120 Aepfel in 4 Personen. K. 4 in 1 habe ich 0 mahl. 4) 120 | 0
Viermahl 0 von 12 bleibt 12. V. Es erhält also keine Person Hundert. Deine 1 Hundert nimmst du nun zu den Zehenden, und hast also 12 Zehenden. K. Ganz richtig. Vier in 12 habe ich nach dem Eins in Eins 3mahl, 3 mahl 4 ist 12, von 12 geht auf. 4) 120 | 03
Einzelne habe ich nicht. Ich sage also 4 in 0 habe ich 0 mahl. 4) 120 | 030
V. Die letzte Null war nöthig, damit die 3 zum Zehner wurde, allein die erste 0 nicht, weil eine 0, wenn sie keine Zahl vor sich hat, nichts bedeutet, und dadurch also nichts vermehrt oder ver-

min-

mindert wird. Also kannst du die Nullen, wenn sie die erste Ziffer des Quotienten ausmachen, weglassen. Theile einmahl 713 Pfennige unter 8 Personen. K. 8 in 7 kann ich nicht, 8 in 71 habe ich nach dem Eins in Eins 8 mahl, 8 mahl 8 ist 64, von 71 bleibt 7. 8) 713 | 8

7 |

8 in 73 habe ich 9 mahl, 8 mahl 9 ist 72 von 73 bleibt 1. 8) 713 | 89

71 |

Was soll ich nun mit diesem Einzelnen machen? V. Du sollst ihn theilen. K. Aber, lieber Vater, wir haben ja hier Pfennige getheilt, und einen Pfennig kann ich ja nicht kleiner machen. V. Wenn du den Pfennig in 8 Stücke zerschlagen könntest, dann machten doch wohl die 8 Stücke einen ganzen Pfennig? K. Gewiß. V. Und dann bekämst du, wenn du die 8 Stücke durch 8, theilen solltest, ein Stück, welches du ein Achtel hießest. Doch davon künftig. Vor jetzt bemerke dir nur, daß das, was übrig bleibt, der Rest heißt, und daß dieser Rest hinten an deinen Quotienten gesetzt wird, und zum Zeichen, daß er durch den Divisor noch getheilt werden sollte, machst du einen Strich darunter, und unter diesen setzest du deinen Divisor. Obige Aufgabe stünde nun also: 8) 713 | 89 $\frac{1}{8}$

71 |

Wenn der Divisor gleich ist, und der Dividendus wird größer, wird dann der Quotient auch größer,

oder

oder kleiner? K. Größer. Denn wenn ich 16 Aepfel zu theilen habe, so kann ich mehr geben, als wenn ich nur 12, habe. V. Wenn aber bey gleichem Dividendus der Divisor größer wird, wie nun? K. Dann wird der Quotient kleiner, denn wenn ich 16, unter 8 Personen zu theilen habe, kann ich weniger geben, als wenn ich sie nur unter 4, vertheile. V. Wenn du nun durch die nämliche Zahl den Dividenden und Divisor vervielfältigest, so bleibt der Quotient wohl gleich? K. Allerdings, wenn ich 16 unter 8 zu theilen habe, und ich vervielfältige die 16 mit 2, so habe ich zwar 36 zu vertheilen, wenn ich aber auch meine Personen mit 2 vervielfältige, so muß ich auch 36 unter 16, statt 8 vertheilen, und da kann ich immer nicht mehr, als 2 einer jeden geben. Aber, lieber Vater, das erinnert mich an was. Wie mache ich es am kürzesten, wenn mein Divisor nicht blos aus Einern, sondern auch aus Zehnern, Hunderten u. s. w. besteht? V. Ich will es dir zeigen; 8246 dividire durch 212. ;Du nimmst die große Zahl deines Divisors hier zu erst und sagst 2 in 8 was meinst du, oder wie viel mahl nimmst du da? K. 2 in 8 habe ich nach dem Eins in Eins 4 mahl. V. Aber bedenke, du mußt den ganzen Divisor mit deinem Quotienten multipliciren, und dann von deinem Dividenden abziehen, 2 mahl 4 ist 8. Diese kannst du wohl von 8, den Tausenden abziehen. Allein, nun mußt du

auch

auch sagen, 1 mahl, die zweyte Zahl deines Divisors, 1 mahl 4 ist 4, von 2, das geht schon nicht; folglich ist dein Divisor in den ersten 3 Zahlen des Dividenden, den 8 Tausenden 2 Hunderten 4 Zehenden nicht 4 mahl enthalten. Du kannst also 2, in 8, nur 3 mahl. Nun sagst du 2 mahl 3, ist 6, von 8, bleibt 2, 1 mahl 3, von 22 bleibt 19. Nun nimmst du die letzte Zahl deines Divisors, und sagst 2 mahl 3 ist 6 von 194 bleibt 188. Also:

212) 8246 | 3
     298
     18
     1

Nun hast du übrig die Zahl 1886. Solche sollst du nun ferner theilen. Sage 2, in 1, kann ich nicht, also 2 in 18 habe ich 9 mahl, 2 mahl 9 ist 18 von 18 geht auf. Einmahl 9 von 8, ja das geht wieder nicht. Also fange von vorn an, 2, in 18, kann ich 8 mahl, 2 mahl 8, ist 16, von 18, bleibt 2, 1 mahl 8 von 28 bleibt 20, 2 mahl 8 ist 16 von 206 bleibt 190. Also:

212) 8246 | 38 $\frac{190}{212}$.
     2980
     180
     129
     1

Du kannst dieses auch so machen:

212) 8246 | 3
     636

Du

Du sagst nehmlich 2, in 8, habe ich 3 mahl. Nun multiplicirst du mit deinem Quotienten den Divisor, und setzest ihn unter den Dividenden, ziehest einen Strich darunter, und subtrahirest.

Also: 212) 8246 | 3
636
———
188

Zu diesem Rest setzest du die folgende Zahl, und machst es eben so: 212) 8246 | 38
636
———
1886
1696
———
190 Rest.

K. Dieses ist offenbar das nämliche, nur ist es ein wenig weitläuftiger. Sagen Sie mir doch lieber Vater, was würde daraus entstehen, wenn ich den Quotienten zu klein genommen hätte? V. Wir wollen das an einer leichten Aufgabe sehen. Theile 54 durch 4. 4) 54 | 1
1

K. 4, in 5, 1 mahl, 1 mahl 4, von 5, bleibet 1. 4, in 14, kann ich 3 mahl, ich will aber nur 2 mahl nehmen. 2 mahl 4 ist 8 von 14 bleibt 6.

4) 54 | 12
16

V. Ist die 6, welche du übrig behältst, nicht größer als dein Divisor, und geht also die 4 nicht noch einmahl darin auf? K. Allerdings.

Ich

Ich muß also wohl noch einmahl dividiren, und den neuen Quotienten zu jenem addiren? V. Ganz recht, allein du siehest, daß es kürzer ist, wenn man gleich den größten Quotienten nimmt.

Fünftes Gespräch.

Fortsetzung der Multiplication mit der Division.

Vater.

Sage mir doch, ob du mit mir zufrieden bist, mein Kind? K. Wie sollte ich mit einem so gütigen Vater nicht zufrieden seyn? V. Ist dir mein Unterricht deutlich? K. Ja, ich habe das bisherige alles verstanden, und ich wünsche nur, daß ich alles behalten haben mag, um Ihre Geduld nur einigermaßen vergelten zu können. V. Dein Wunsch nnd dein Bestreben ist mir genug. Ich will dir auch gerne darin zu Hülfe kommen, und deswegen werde ich heute manches von dem wiederhohlen, was ich dir schon gesagt habe. Gieb mir deine Aufmerksamkeit dazu. In 364 Thaler sollen sich 4 Personen theilen, wie viel bekommt eine jede? K. Das wird so gemacht: 4) 364 Thlr. | 91 Thlr.
da sagt man nun 4 in 36 ist enthalten 9 mahl, denn 4 mahl 9 sind 36, und 4 in 4 nur 1 mahl; folglich bekommt eine Person 91 Thlr. und nun die Probe

$$\begin{array}{r} 91 \\ 4 \\ \hline 364 \end{array}$$

Man

Man setzt die 4 unter die 91, wie sie hier steht, und sagt, wie im Einmahleins: 4 mahl 1 sind 4, und 4 mahl 9 sind 36; folglich sind die 364 Thaler wieder da, und die Probe geschah durch die Multiplication. Ein anderes, wo die Probe durch die Division gemacht wird, als: Ein Kapital von 267534 Thlr. wird 6 mahl vermehrt; wie groß ist nun das Kapital? Man setzt es so auf:

```
 267534 Thlr.
      6
--------------
1605204 Thlr.
```

Will man nun sehen, obs richtig gerechnet ist; so macht man die Probe durch

```
267534 Thlr.
     6
```

die Division so:

```
6) 1605204 | 267534 Thlr.
    44322  |
```

Man sagt: 6, in 16, habe ich 2 mahl, 2 mahl 6 sind 12. Diese 12, von 16 abgezogen, bleiben 4, die wird so hingeschrieben, wie sie da steht. Nun wird die Null zur 4 genommen; folglich sind es 40. Nun sagt man wieder 6, in 40 habe ich 6 mahl; denn 6 mahl 6 sind 36; diese von 40 abgezogen bleiben wieder 4. Die 5 dazu sind 45; 6, in 45, habe ich 7 mahl, 6 mahl 7 sind 42 von 45 bleiben 3, die folgende 2 dazu sind 32; 6, in 32, habe ich 5, 5 mahl 6 sind 30, von 32 bleiben 2, dazu die 0 sind 20; 6 in 20 habe ich 3, 3 mahl 6 sind 18; 18 von 20 bleiben 2, dazu die 4, sind 24; 6 in 24 habe

ich 4, 4 mahl 6 sind 24, und 24 mit 24 gehen auf; es bleibt also nichts übrig, und das Kapital, welches 6 mahl vermehrt wurde, ist wieder da. Multiplicire mir doch 3547928 Thaler mit 8. Wie wirst du es wohl anfangen? K. Ich setze die 8, welches der Einer ist, unter den Einer zur rechten Hand, hier unter die 8, als:

3547928 Thlr.
8 und ziehe einen Strich

28383424 Thlr.

darunter, und sage: 8 mahl 8 sind 64, die 4 schreibe ich gerade unter, die 6 aber behalte ich im Sinne; 8 mahl 2 sind 16, die 6, die ich im Sinne hatte dazu, sind 22, die 2, nämlich den Einer, setze ich hin, und den Zehner, die andere 2, behalte ich im Sinne, und so fort. 8 mahl 9 sind 72, und 2 sind 74; 8 mahl 7 sind 56 und 7 sind 63; 8 mahl 4 sind 32 und 6 sind 38; 8 mahl 5 sind 40 und 3 sind 43; 8 mahl 3 sind 24 und 4 sind 28. Sehen Sie, lieber Vater, das sind zwanzig und acht Millionen, drey Hundert achtzig und drey Tausend, vier Hundert zwanzig und vier Thaler. V. Hast du auch richtig multiplicirt? Mache einmahl die Probe. K. Doch durch die Division? V. Allerdings! K. 8) 28383424 | Thlr. Ich denke mir, als wenn sich 8 Personen darin theilen sollten. V. Ganz recht. K. Also 8, in 28, habe ich 3 mahl, 3 mahl 8 sind 24 von 28 bleiben 4; dazu die 3; 8, in 43, habe ich 5 mahl, 5 mahl 8 sind

sind 40 von 43 bleiben 3; 8, in 38, 4 mahl, 4 mahl 8 sind 32 von 38 bleiben 6; 8, in 63, 7 mahl, 7 mahl 8 sind 56 von 63 bleiben 7; 8, in 74, 9 mahl, 9 mahl 8 sind 72 von 74 bleiben 2; 8, in 22, 2 mahl, 2 mahl 8 sind 16 von 22 bleiben 6; 8, in 64, 8 mahl, 8 mahl 8 sind 64 mit 64 gehen auf. Da ist die ganze Summe wieder. 8) 28383424 | 3547928

436726 |

V. Nun weißt du also gewiß, daß du richtig gerechnet hast. Noch eine andere Aufgabe. Der König schenkt einem durch Wasserschaden verunglückten und verarmten Dorfe, in welchem sich 6 Bauern befinden, 141586098 Scheffel Getraide, welches unter diese 6 Bauern vertheilt werden soll; wie viel hat ein jeder Bauer bekommen?

K. 6) 141586098 | 23597683 Scheffel.

2354441 | 6

141586098

Es ist ganz richtig. V. Schön! Wie, wenn sich aber 12 Bauern darein theilen sollen?

K. 12) 141586098 | 11798841 Scheffel.

2910416 |

111

Aber da bleiben ja 6 übrig? V. Laß dich das nicht abschrecken. Wenn du erst wirst weiter seyn, dann wirst du auch wissen, was mit einer solchen Zahl anzufangen ist. Mache nur jetzt

die Probe, und nimm die 6 gleich mit. K. Ich werde nur gleich die herausgekommne Summe herschreiben.

```
 11798841
       12
---------
 23597688
11798841
---------
141586098
```

Da ist die ganze Summe wieder. V. Gut, lieber Karl. Wenn das Getraide aber unter 18 Bauern vertheilt werden soll, wie viel wird dann ein jeder bekommen? K. Nun dividire ich mit 18 so:

```
18) 141586098 |  7865894
     88106676 |       18
                --------
      1111      62927158
                 7865894
                ---------
                141586098
```

Es ist ganz richtig, lieber Vater! V. Ich freue mich, mein Sohn, und bin begierig zu sehen, wie weit du heute noch kommen wirst. Zu mehrerer Uebung theile das Getraide unter 24 Bauern; wie viel wird dann wohl ein jeder bekommen?

```
24) 141586098 | 5899420
      2132041 |
      221
```

Nun bleiben gar 18 übrig. V. Das schadet nichts. Nimm sie nur mit hinzu, wenn du die Probe machst. Die 24 setze nicht unter die o.

K.

K. 5899420
24

23597698
1179884

141586098

0, ist 0, dafür 8, (die von der übrig gebliebnen 18) 4 mahl 2, sind 8, und 1, sind 9; 4 mahl 4, sind 16; 4 mahl 9, sind 36, und 1, sind 37; 4 mahl 9, sind 36, und 3, siud 39; 4 mahl 8, sind 32, und 3, sind 35; 4 mahl 5, sind 20, und 3, sind 23. Nun mit der 2. 2 mahl 2, sind 4; 2 mahl 4, sind 8; 2 mahl 9, sind 18; und 1, sind 19; 2 mahl 8, sind 16, und 1, sind 17; 2 mahl 5, sind 10, und 1, sind 11. Dieses wird nun addirt; 8, sind 8; 9, sind 9; 4, und 6, sind 10; 1, und 8, sind 9, und 7, sind 16; 1, und 8, sind 9, und 9, sind 18; 1, und 9, sind 10, und 5, sind 15; 1, und 7, sind 8, und 3, sind 11; 1, und 1, sind 2, und 2, sind 4; 1, ist 1. Es ist wieder richtig. V. Nun, mein Sohn! Denke dir noch einmahl, daß das Getraide unter 216 vertheilt werden sollte, wie viel alsdann ein jeder bekommen würde.

K. 216) 141586098 | 655491
11986652
110924
1

das war etwas schwerer für mich, lieber Vater, Aber nun will ich auch die Probe machen

$$
\begin{array}{r}
655491 \\
216 \\
\hline
3932988 \\
655491 \\
1310982 \\
\hline
141586098
\end{array}
$$

Es ist ganz richtig. Ich habe die übrig gebliebenen 42 gleich mit zugezählt, als ich mit der 6 multiplicirte. Ich hätte die 4 erst können zur zwoten Reihe zählen; aber so ists auch richtig. V. Gut, mein Sohn! Aber nun wollen wir zu den ungleichbenannten Zahlen gehen, wollen sie multipliciren und dividiren. K. O ja, lieber Vater! Immer weiter. Ich will schon alles behalten. V. Von dem, was wir bis jetzt gehabt haben, kannst du auch nichts vergessen, weil es bey jeder Rechnungsart wieder vorkommt. Also zur Sache. Ein Kapital, welches aus 9866 Thlr. 5 Gr. 2 Pf. bestand, ist 4 mahl, jedesmahl mit eben so vielem Gelde, vermehrt worden, wie groß ist nun das Kapital? Wie wirst du es anfangen, um es zu wissen? K. Ich weiß es wirklich nicht, lieber Vater. V. Nun, so will ich dir zwey Wege vorschlagen, und dann sollst du wählen, welches der nächste und bequemste ist. Der erste ist dieser: 9866 Thlr 5 Gr. 2 Pf. Die Thaler werden zu Groschen gemacht, durch 24, d. h. die 9866 Thlr. werden mit 24 multiplicirt, und die

da

dabey stehende 5 Gr. werden zugenommen; was herauskommt sind Groschen, diese werden zu Pfennigen durch 12, weil da noch Pfennige sind, die auch zugenommen werden. Was herauskommt sind Pfennige. Nun besteht das ganze Kapital in Pfennigen. Es soll aber 4 mahl vermehrt werden; folglich muß die Summe der Pfennige mit 4 multiplicirt werden. Was herauskommt, sind auch Pfennige, nur 4 mahl vermehrt. Diese werden wieder zu Groschen gemacht durch 12, d. h. mit 12 werden die Pfennige dividirt. Die herausgekommenen Groschen werden zu Thalern gemacht, durch 24, d. h. mit 24 werden die Groschen dividirt. Was herauskommt, ist das 4 mahl vermehrte Kapital. Die ganze Aufgabe wird ausgerechnet, ohngefehr so viel Platz einnehmen:

```
         9866 Thlr. 5 Gr. 2 Pf.
           24
     --------
       236789
           12
     --------
      2841470
            4
     --------
12)  11368880|      24)  947156|39464
       881688|           221510|
                          1112
```

folglich würde das 4 mahl vermehrte Kapital aus 39464 Thlr. 20 Gr. und 8 Pf. bestehen. Aber mich däucht, wir können kürzer dazu kommen;

men; und das wäre denn der zweyte Weg; nämlich so: 9866 Thlr. 5 Gr. 2 Pf. (4

39464 Thlr. 20 Gr. 8 Pf.

sollen 4 mahl vermehrt, oder mit 4 multiplicirt werden. Da bekömmt man gleich die Summe, wenn man nämlich gerade einen Strich darunter zieht, die 4 am Ende hinschreibt, und so gleich bey den Pfennigen anfängt zu multipliciren, und dann so fortgeht. Welches dünkt dir nun der nächste und leichteste Weg zu seyn? K. Der letzte, lieber Vater! V. Ich denke es auch. Willst du nun die Probe machen; so ziehst du wieder einen Strich darunter, und dividirst das vermehrte Kapital mit 4; ohngefehr so;

9866 Thlr. 5 Gr. 2 Pf. (4

4) 39464 Thlr. 20 Gr. 8 Pf.

9866 Thlr. 5 Gr. 2 Pf.

nämlich 4, in 39, 9 mahl, 4 mahl 9, sind 36, von 39, bleiben 3; 4, in 34, 8 mahl, 4 mahl 8, sind 32, von 34, bleiben 2; 4, in 26, 6 mahl, 4 mahl 6, sind 24, von 26, bleiben 2; 4, in 24, 6 mahl, 4 mahl 6, sind 24. Nun die Groschen, 4, in 20, 5 mahl, 4 mahl 5, sind 20; die Pfennige nun, 4, in 8, 2 mahl, 4 mahl 2, sind 8. K. Das ist wirklich recht kurz und auch nicht schwer. V. Denn wollen wir also dabey bleiben. K. O ja, lieber Vater! V. Ein gewisser Mann erbte dreymahl ein Vermögen von 19785 Thlr. 4 Gr. 3 Pf.; wie viel hat er zusammen ererbet? K.

K. 19785 Thlr. 4 Gr. 3 Pf. (3

3) 59355 Thlr. 12 Gr. 9 Pf.

19785 Thlr. 4 Gr. 3 Pf.

3 mahl 3, sind 9 Pf. 3 mahl 4, sind 12 Groschen, 3 mahl 5, sind 15; 3 mahl 8, sind 24, und 1, sind 25; 3 mahl 7, sind 21, und 2, sind 23; 3 mahl 9, sind 27, und 2, sind 29; 3 mahl 1, sind 3, und 2 sind 5. Dieß wäre denn das 3 mahl vermehrte Kapital. Die Probe geschiehet durch die Division. 3, in 5, 1 mahl, bleiben 2; 3, in 29, 9 mahl, 3 mahl 9 sind 27, bleiben 2; 3, in 23, 7 mahl, 3 mahl 7, sind 21, bleiben 2; 3, in 25, 8 mahl, 3 mahl 8, sind 24 bleibt 1; 3, in 15, 5 mahl, 3 mahl 5, sind 15. Nun die Groschen, 3, in 12, 4 mahl, und 3 in 9 Pf. 3 mahl. V. Du machst mir viel Freude, mein Sohn. Fahre so fort; du wirst dir bald selbst helfen können im Rechnen. K. Ich werde jederzeit allen Fleiß anwenden, um das, was Sie mich lehren werden, bald zu lernen. V. Nun, dann sollst du auch mein bester Sohn seyn. Also weiter in der Rechenkunst. Stelle dir vor, als wenn Jemand ein Vermögen von 7355214 Thl. 18 Gr. 6 Pf. hinterließe. Dazu wären aber 6 Erben; wie viel würde jeder Erbe bekommen? K. 6) 7355214 Thlr. 18 Gr. 6 Pf.

1225869 Thlr. 3 Gr. 1 Pf. (6

7355214 Thlr. 18 Gr. 6 Pf.

So viel bekäme ein jeder, und dieß wäre die

Probe. V. Recht, mein Sohn! Gesetzt den Fall, es hinterließe jemand ein Vermögen von 6599792 Dukaten 16 Gr. 8 Pf.; er hätte aber noch 8 Brüder, die rechtmäßige Erben wären, weil er ohne Frau und Kinder verstarb; wie viel betrüge wohl für jeden sein Erbtheil?

K. 8) 6599792 Duk. 16 Gr. 8 Pf.

824974 Duk. 2 Gr. 1 Pf. (8

6599792 Duk. 16 Gr. 8 Pf.

Dieß wäre eines jeden Erbtheil, und darunter die Probe. V. Gut, lieber Karl! Aber würdest du mir wohl sagen können, wie viel eines jeden Erbtheil Thaler enthält. K. Helfen Sie mir nur, lieber Vater! Rechnen will ich schon. V. Einen Dukaten rechnet man zu 3 Thaler. Wolltest du nun wissen, wie viel die Dukaten Thaler ausmachen; so müßtest du die Dukaten mit 3 multipliciren.

K. Das will ich thun. 824974 Dukaten.

3

2474922 Thaler.

Dieß wären also 2 Millionen 4 Hundert 74 Tausend, 9 Hundert 22 Thaler. V. Das ist schön. Aber nun möchte ich gern wissen, wie viel Thaler die ganze Hinterlassenschaft beträgt. K. Das sollen Sie gleich erfahren. Ich mache es mit diesen Dukaten, wie mit den vorigen.

6599792 Dukaten.
3
―――――――――
19799376 Thaler.

Dieß sind 19 Millionen, 7 Hundert 99 Tausend, 3 Hundert 76 Thaler. Also bestand des Verstorbenen Vermögen aus 19799376 Thaler 16 Gr. 8 Pf. V. Richtig, mein Sohn! Wie aber, wenn die Feinde vor einer Stadt wären, und in der Gegend einen Wald umhauten und abbrenneten, in welchem sich 1475072 Bäume befänden, die alle den Bürgern der Stadt zugehöreten; würdest du mir wohl sagen können, wie viel ein jeder Bürger an Bäumen verlohren hätte? K. Das wäre aber sehr grausam. V. Freylich, grausam genug, und einem Krieger allemahl entehrend; aber im Kriege geht's doch so zu. Nun wie viel würde ein jeder Bürger verlohren haben? K. Wir wissen aber noch nicht, wie viel ein jeder Bürger vor der Verwüstung besessen hat. V. Das schadet nichts; die Anzahl der Bäume wissen wir. Weißt du aber, wie viel Bürger in der Stadt waren? K. Nein! V. Das mußt du aber wissen, sonst kannst du nicht die Frage beantworten. Nun, es waren in der Stadt 2144 Bürger. Uebersieh noch einmahl die Aufgabe, und denke dir die Bürger dabey. K. Ich muß mit den Bürgern die Bäume dividiren. V. Ganz recht!

K. 2144) 1475072 | 688 Bäume.
1886
171

V.

V. Richtig. Diese 688 Bäume sind der Theil, der jedem einzelnen Bürger vor der Verwüstung zukam, und den er durch die Verwüstung verlohr. Eine andere Aufgabe. Wie viel machen 3784 Winspel 12 Scheffel zusammen aus? K. Ich muß die Winspel mit 24 zu Scheffeln machen, durch die Multiplication, und die 12 Scheffel dazu nehmen, also: 3784 Wspl. 12 Scheffel.

24

15148

7568

90828 Scheffel.

Dieß wären die Scheffel. V. Gut. Wenn diese Scheffel aber unter 32 Personen vertheilt werden sollten; wie viel würde eine jede bekommen?

K. 32) 90828 | 2838 Scheffel.

26262

121

V. Weißt du, wie viel 1 Scheffel Metzen hat? K. Ja, 16 Metzen. V. Multiplicire die übrig gebliebnen 12 mit 16. und was herauskommt, das theile wieder mit 32, was du dann erhältst, sind Metzen. K. 12

16

72

12

32) 192 | 6 Metzen.

Also bekommt eine jede Person 2838 Scheffel 6 Metzen.

V. Ich

V. Ich möchte aber doch gern wissen, wie viel Winspel in den 2838 Scheffel enthalten wären.

K. 24) 2838 | 118 Winspel.
496
x

Dieß sind 118 Winspel 6 Scheffel. V. Also hat jede Person bekommen 118 Wspl. 6 Schfl. 6 Metzen. Nun, lieber Karl, haben wir heute genug gerechnet. Ich habe dich so ziemlich vorbereitet, daß wir morgen eine ganz neue Rechnungsart anfangen können.

Sechstes Gespräch.

Vater.

Du hast bisher schon mancherley von den Zahlen gelernt. Du kannst Zahlen aussprechen und schreiben, du kannst sie auf verschiedene Weise vergrößern und verkleinern, auch weißt du schon zwey Zahlen mit einander zu vergleichen. Heute wollen wir uns weiter mit Vergleichung der Zahlen beschäftigen. Diese Vergleichung wird uns zu einer sehr nützlichen Rechnungsart führen, welche niemand entbehren kann, und welche du also recht gründlich lernen mußt. Laß uns damit anfangen, daß du eine gewisse Zahl von der andern abziehest. Z. B. die 2, von 6. Was thust du dabey eigentlich? K. Ich finde den Unterschied beyder Zahlen.

V. Kannst du nicht auch sagen: du vergleichst die beyden Zahlen, so daß du siehst, welche von ihnen mehr oder weniger ist? K. Ja! V. Würdest du mich auch verstehen, wenn ich sagte, ich suche das Verhältniß beyder Zahlen? K. Ja, denn beydes ist einerley. V. Wenn ich nun aber die 2, in die 6, dividirte, so fände ich den Unterschied nicht, aber könnte ich nicht auch sagen: ich vergleiche diese beyden Zahlen, so daß ich ihr Verhältniß suche, indem ich sehe, wie oft die eine in der andern enthalten ist? K. Allerdings, lieber Vater. V. Bemerke dir jetzt nur diese Vergleichung, oder dieses Verhältniß durch die Division; von diesem werde ich heute allein sprechen. Kannst du auch mit drey Zahlen, z. B. 2, 6, 12, auf diese Art verfahren? K. Ich denke wohl, doch müßte ich erst aus zwey Zahlen Eine machen. Ich müßte die 2, und 6 addiren, oder multipliciren. Oder ich müßte die 6 und 12 addiren, oder multipliciren, und dann durch die dritte Zahl dividiren. V. Du siehst also, es giebt mancherley Arten, wie du mit 3 Zahlen rechnen kannst, um nur einen Quotienten zu bekommen. Eine darunter ist von der Beschaffenheit, daß die vierte Zahl, oder der Quotient, welchen du suchst, sich allemahl zu der dritten Zahl so verhält, wie die zweyte zu der ersten, und daraus also ein doppeltes Verhältniß entsteht. Ehe wir solche lernen, wollen wir bemerken, daß die erste Zahl, bey einen solchen doppelten

ten Verhältnisse, das erste Glied, die zweyte Zahl, das zweyte Glied, die dritte, das dritte Glied genennt wird. Wenn du nun das zweyte und dritte Glied mit einander multiplicirst, und durch das erste dividirst, so findest du das vierte Glied, wozu sich das dritte eben so verhält, als das zweyte zum ersten. Siehe 2 : 6 = 12 : 36

6
2) 72 | 36

Dieses liesest du also: 2, in 6, ist gleich, oder verhält sich eben so, wie 12, in 36. Du siehest offenbar, daß es gleich wäre, wenn du zuerst die 2, in die 6, dividirt, und mit dem Quotienten die 12 multiplicirst hättest; oder wenn du die 2, zuerst in 12 dividirtest, und hernach mit dem Quotienten die 6 multiplicirtest. Du kannst auch das zweyte Glied zum dritteu, und das dritte zum zweyten machen. Es ist einerley; nur muß das erste Glied, immer dein Divisor seyn. Nun verstehst du mich vollkommen, wenn ich sage: 2 : 6 = 12 : 36, ist ein doppeltes Verhältniß. Wie 2, in 6, so ist 12, in 36 enthalten. K. Ich habe das deutlich begriffen. Nun bin ich aber begierig zu erfahren, wie ich diese Vergleichung künftig anwenden werde. V. Das wollen wir gleich sehen. Du sollst unter 2 Personen 6 Aepfel vertheilen, wie viel Aepfel würden erfordert, wenn 12 Personen wären, und jede sollte so viel bekommen, als

jede

jede der 2 Personen erhalten hat. Wie würdest du das wohl anfangen? K. Ich würde die 6 Aepfel erst unter die 2 Personen vertheilen. V. Also die 6 mit 2 dividiren. K. Richtig! Da find' ich, daß jede Person 3 Aepfel bekommt. V. Da du nun weißt, daß eine Person 3 Aepfel bekommt, so mußt du leicht ausrechnen können, wie viel 12 Personen bekommen. K. O ja, ich brauche ja nur zu multipliciren, und finde daß ich 36 Aepfel dazu brauche. V. Laß uns das Beyspiel einmahl ganz kurz aufsetzen. Ich sage: 2 Personen bekommen 6 Aepfel, wie viel bekommen 12 Personen? Ist das nicht das nämliche. K. Ja. V. Wenn du dir die Sache denkest, und die Zahlen hinsetzest; so hast du die 3 Glieder deiner Vergleichung, wozu du das vierte suchest, also: 2 : 6 = 12 :
Diese Rechnungsart, aus dreyen Gliedern oder Sätzen das vierte Glied zu finden, heißt die Regel von drey Sätzen oder die Regeldetri. Du findest das vierte Glied durch die angezeigte Vergleichung der 3 Sätze. Ich will dich von dieser Lehre sogleich noch mehr überzeugen. Gesetzt, mein Sohn, du verstündest, wie viele ganz unwissende Menschen, noch nichts von der Rechenkunst. Du solltest nun 14 Aepfel kaufen, und man sagte dir, 2 Aepfel kosteten 5 Groschen, wie würdest du erfahren, wie viel du für die 14 Aepfel bezahlen müßtest? K. Ich würde es erfahren, wenn ich die 14 Aepfel in

so

so viele Haufen legte, daß auf jeden Haufen 2 kämen. V. Wenn du aber die 14, mit 2, dividirtest, ist das nicht das nämliche und kürzer? K. Allerdings. Nun legte ich auf jeden Haufen von 2 Aepfeln 5 Gr. und zählte hernach meine Groschen. V. Würdest du nicht das nämliche finden, wenn du die 7, sogleich mit 5, multiplicirtest? K. Ja, mein Vater. V. Dieses Beyspiel soll dir die Richtigkeit des Verfahrens bey der Regeldetri beweisen, 2 : 14 = 5, oder, 2 Aepfel kosten 5 Gr., wie viel 14; zugleich aber siehest du auch, daß die Zahlen Zeichen der Größen, oder des Werthes von Dingen auf dem Papier sind, womit wir das nämliche herausbringen, was wir durch die Betrachtung der Dinge selbst im gemeinen Leben herausbringen würden, und, daß die Rechenkunst die Wissenschaft ist, wie man dabey am kürzesten und sichersten verfährt. Ich frage ferner: wenn 2 Ellen 4 Gr. kosten, was kosten 6 Ellen? Vergleichst du hier nicht in Gedanken diese 3 Zahlen? Du urtheilst, 6 Ellen sind mehr, als 2 Ellen; folglich müssen sie auch mehr kosten. Wenn ich frage: 8 Ellen kosten 12 Gr., wie viel 2? wie denkst du da? K. Ich finde bey der Vergleichung, daß 2 Ellen weniger, als 8, sind, und daß sie also auch weniger kosten müssen. V. Wenn 8 Ellen 6 Gr. kosten, wie viel 2? K. Ich denke eben so. V. Allein, werden sie eben so viel weniger kosten, als vorhin? K. Nein, sie werden noch weniger kosten, weil 8

Ellen weniger kosten, als vorhin. V. Du siehest hieraus, daß jede Veränderung der Zahl Einfluß hat, und daß du also alle 3 Zahlen durch die Regeldetri nach ihren gehörigen Verhältniß beurtheilest. Kannst du sagen: 6 Ellen sind in 12 Gr. enthalten? K. Nein. V. Aber 6 Ellen, kannst du sagen, sind in 12 Ellen enthalten. Also müssen zwey Dinge, welche mit einander verglichen werden sollen, von einerley Art seyn. Bey der obigen Aufgabe denkst du eigentlich so: wie die Ellen sich zu einander verhalten, so verhalten sich auch die Groschen zu einander, wie also 8 Ellen zu 16 Ellen, so auch 6 Gr. zu dem vierten unbekannten Gliede, oder wie sich die Zahl der Ellen verändert, so verändert sich auch die Zahl der Groschen. Wie verhalten sich aber 8 Ellen zu 16? K. Sie sind zweymahl darinn enthalten. V. Eben so oft werden auch die Groschen in den unbekannten Groschen enthalten seyn. Wenn 8 Ellen 6 Groschen kosten, wie viel 2 Ellen? 8 Ellen, denkst du hier, sind in 2 Ellen nicht enthalten, denn 2 Ellen sind weniger als 8, so muß auch das vierte Glied, die Groschen, weniger als das dritte seyn. K. Ganz richtig, lieber Vater. Aber wenn Sie sagen, 8 Ellen kosten 6 Gr., wie viel 2 Ellen? So sind hier die Groschen das zweyte Glied, und wenn Sie sagen: wie 8 Ellen sich zu 2 Ellen verhalten, so verhalten sich 6 Gr. zu dem vierten Gliede, so sind die 6 Gr. das dritte Glied; macht das keinen

nen Unterschied? V. Laß uns sehen, wir wollen es beydes aufsetzen.

8 : 2 = 6.	8 : 6 = 2.
2	2
8) ~~12~~ | 1	8) ~~12~~ | 1
4	4

K. Ich sehe, es ist einerley. V. Merke dir nun wohl, mein Sohn, daß bey einem Satze aus der Regeldetri 2 Glieder einerley Art seyn müssen, und daß eins von den drey Gliedern gleich seyn muß, mit dem vierten unbekannten Gliede. Wenn du künftig deinen Satz aufsetzest, wie es gewöhnlich ist, das ist, wie man spricht, nämlich: 8 Ellen kosten 6 Gr. wie viel 2 Ellen, oder kurz: 8 Ellen 6 Gr. 2 Ellen, so brauchst du nur zu bemerken: das erste und dritte Glied müssen Dinge einerley Art seyn, und das vierte Glied bekommt den Nahmen des zweyten. Ich hoffe, du verstehst mich nun, wenn ich dir sage: die Regeldetri lehrt uns, eine Sache durch die Multiplication so vermehren, und wieder durch die Division so vertheilen, wie es das Verhältniß der Sachen zu einander fordert. Wenn ich 6 Ellen kaufen will, muß ich mehr Geld haben, als wenn ich 1 Elle kaufen will, und wenn ich 2 Ellen für 2 Groschen kaufte; so brauchte ich mehr Geld zu 6 Ellen, als wenn ich 4 Ellen mit 2 Gr. bezahlen müßte. Die mehrere Anzahl der Ellen, so ich kaufen will, erfordert die Multiplication, allein, die größere Anzahl der Ellen, so

ich für die nämlichen 2 Gr. gekauft habe, erfordert wieder die Division. 5 Ellen kosten 3 Thlr., was kosten 6 Centner? Kannst du das nach der Regeldetri ausrechnen? K. Nein, hier sind nicht 2 Dinge einer Art, welche sich vergleichen lassen. Ich kann nicht sagen: 5 Ellen sind in 6 Centnern enthalten. V. Aber vielleicht kannst du ausrechnen: ein Pferd läuft in 3 Stunden 3 Meilen, wie viel läuft es in 15 Stunden? K. 3 : 15 = 3, oder 3 Stunden 3 Meil. 15 St.

3) 45 | 15. Es läuft 15 Meilen.

V. Du weißt, mein Sohn, das Pferd ist müde geworden, und läuft also in den letzten Stunden nicht so schnell, als in den ersten. K. Es ist wahr, das Verhältniß der Stunden ist nicht gleich. Die ersten Stunden, worinn das Pferd geschwind läuft, sind gleichsam andere Stunden, als die Stunden, worinn das Pferd langsam läuft. V. Es muß also vorausgesetzt werden, daß das Pferd immer gleich laufe, und dadurch die Stunden zu Stunden einer Art werden, so wie ich bey unsern Aufgaben von Ellen vorausgesetzt habe, daß alle Ellen gleiche Ellen sind, und nicht die eine lang, die andere kurz ist. K. Wollen Sie mir nicht erlauben, daß ich mich, ehe wir weiter fortfahren, ein wenig für mich selbst übe, um zu sehen, ob ich auch alles gefaßt habe. V. Ja, mein Kind, in der nächsten Stunde will

ich

ich sehen, wie weit du damit gekommen bist. Damit wir aber weniger Schwierigkeiten bey dieser nützlichen Rechnungsart haben, so mache dir folgende Tabellen recht geläufig, denn du wirst sehen, daß sie dir viel Erleichterung geben.

I. Tabelle.

1) Geldsorten.

1 Rthlr. (Thaler) hat 24 Gr. (gute Groschen)
1 Gr. hat 12 Pf. (Pfennige)
1 Fl. (Gulden) hat 60 Kr. (Kreutzer.)

2) Gewicht.

1 Ctr. (Centner) hat 110 Pf. (Pfund) an manchen Orten 100 Pfund.
1 Pf. hat 32 Lth. (Loth)
1 Lth. hat 4 Qtchen (Quentchen)

3) Getraidemaaß.

1 Wspl. (Winspel) hat 24 Schfl. (Scheffel)
1 Scheffel hat 16 Mtzn. (Metzen)
1 Mltr. (Malter) hat 12 Scheffel.

4) Weinmaaß.

1 Oxthoft hat 3 Eymer.
1 Eymer 2 Anker.
1 Anker 32 Berliner Maaß.

5) Das Papier.

1 Ballen hält 10 Rieß.
1 Rieß hält 20 Buch.
1 Buch Druckpapier hält 25 Bogen.
1 Buch Schreibpapier hält 24 Bogen.

6) Längenmaaß.

1 Rheinländische Ruthe hält 12 gemeine Fuß oder Schuhe.
1 Fuß hält 12 Zoll.
1 Zoll hält 12 Striche.
1 Meile hält 23642 Fuß.
1 Schritt hält $2\frac{1}{2}$ Fuß.
1 Meile hält 10000 Schritt.

7) Zeitmaaß.

1 Jahr hat 12 Monathe.
1 Monath 4 Wochen und 2 oder 3 Tage.
1 Gemeines Jahr hat 365 Tage.
1 Schaltjahr hat 366 Tage.

Die 12 Monathe.

1)	Januar	hat	31	Tage.
2)	Februar	hat	28	=
3)	März	hat	31	=
4)	April	hat	30	=
5)	May	hat	31	=
6)	Junius	hat	30	=
7)	Julius	hat	31	=
8)	August	hat	31	=
9)	September	hat	30	=
10)	October	hat	31	=
11)	November	hat	30	=
12)	December	hat	31	=

1 Tag hat 24 Stunden.
1 Stunde hat 60 Minuten.
1 Minute hat 60 Sekunden.

II. Tabelle.

1 Rthlr.	hat	24	Gr.	1 ℔.	hat	32	Lth.
2 =	haben	48	=	2 =	haben	64	=
3 =	—	72	=	3 =	—	96	=
4 =	—	96	=	4 =	—	128	=
5 =	—	120	=	5 =	—	160	=
6 =	—	144	=	6 =	—	192	=
7 =	—	168	=	7 =	—	224	=
8 =	—	192	=	8 =	—	256	=
9 =	—	216	=	9 =	—	288	=
10 =	—	240	=	10 =	—	320	=
11 =	—	264	=	11 =	—	352	=
12 =	—	288	=	12 =	—	384	=

1 Gr.	hat	12	Pf.	1 Schefl.	hat	16	Metz.
2 =	haben	24	=	2 =	haben	32	=
3 =	—	36	=	3 =	—	48	=
4 =	—	48	=	4 =	—	64	=
5 =	—	60	=	5 =	—	80	=
6 =	—	72	=	6 =	—	96	=
7 =	—	84	=	7 =	—	112	=
8 =	—	96	=	8 =	—	128	=
9 =	—	108	=	9 =	—	144	=
10 =	—	120	=	10 =	—	160	=
11 =	—	132	=	11 =	—	176	=
12 =	—	144	=	12 =	—	192	=

Siebentes Gespräch.

Karl.

Mit dem größten Verlangen habe ich die Zeit erwartet, in welcher wir die nützliche Regeldetri wieder vornehmen wollen. V. So! Nun denn muß ich dir auch gestehen, daß ich mich allemahl freue, wenn ich deinen großen Trieb, Kenntnisse zu erlangen, sehe. Aber hast du dir auch die Tabellen bekannt gemacht? K. Ja, lieber Vater. V. Diese sind uns heute sehr nöthig. Rechne aus 1 Elle 6 Pf. 8 Ellen?

	6
	48 Pf.

K. Aber wie kann ich mit dem vordern Satze dividiren? Er besteht ja nur aus einer 1? V. Es ist recht, daß du fragst. Merke also: wenn der vordere und hintere Satz sich gleich ist, d. h. wenn der vordere und hintere Satz von gleicher Benennung und gleichem Werthe ist, und der vordere Satz nur aus einer 1 besteht; so läßt man ihn geruhig stehen, und sucht vielmehr die Größen nach ihrem Werthe zu bestimmen, die in der durch die Multiplication des hintern mit dem mittlern, oder des mittlern mit dem hintern Satze herausgebrachten Summe enthalten sind. K. Sie beliebten von Größen zu sprechen; sagen Sie mir doch, was verstehen Sie unter Größen? V. Würde man wohl etwas groß nennen können, wenn es nicht noch etwas

was gäbe, das kleiner wäre? K. Niemahls. V. Würde man sagen können, dieser Mensch ist groß, wenn es nicht noch kleinere Menschen gäbe, als er ist? K. Nein. V. Oder würde man einen Thaler größer nennen können, als einen Groschen, wenn er nicht mehr wäre, oder einen Groschen größer, als einen Pfennig? oder einen Centner größer, als ein Pfund, oder ein Pfund größer, als ein Loth? K. Schlechterdings nicht. V. Wie aber, wenn wir nun statt der großen silbernen Thaler, goldne hätten, und ein Thaler, nach dem Verhältnisse des Silbers zum Golde, kleiner wäre als ein Groschen, würde ich denn noch sagen können, der Thaler sey größer als der Groschen? K. Freylich nach der äußern Größe nicht, wohl aber nach der innern. V. Aber welches ist die innre Größe? K. Ich weiß keine andere, als den Werth. V. Recht, der Werth ist es. Wenn wir also hier von Größen sprechen, so verstehen wir solche, die der Werth bestimmt. Thaler, Groschen, Pfennige; Centner, Stein, Pfund, Loth; Winspel, Scheffel, Metzen; Stücke, Ellen u. s. w. sind Größen. Du hattest oben 6 Pf. mit 8 Ellen multiplicirt, da kamen dann 48 heraus; und das sind Pfennige. In diesen Pf. sind Gr. enthalten, und wie viel? K. Da werde ich natürlicher Weise mit 12 dividiren müssen, weil 1 Gr. 12 Pf. hat; 12, in 48, habe ich 4 mahl, 4 mahl 12 sind 48; folglich 4 Gr. Wenn also 1 Elle mit 6 Pf.

 bezahlt

bezahlt würde; so müßte man für 8 Ellen 4 Gr. bezahlen. V. Richtig, mein Sohn! Aber wie würdest du diese Aufgabe aus dem Kopf rechnen können? K. Das weiß ich nicht, lieber Vater. V. Siehe, du hast 6 Pf., welche die Hälfte von 1 Gr. sind; denn 6 Pf. und noch 6 Pf. machen doch 1 Gr. aus; folglich hat hier der Groschen 2 Theile. Wenn du nun in Gedanken mit der 2 die 8 Ellen theilest, dann würde die Hälfte davon 4 seyn; und dieß wäre denn der Werth von 8 Ellen. Ist dir dieß deutlich? K. Ja, lieber Vater. V. Nun eine andere Aufgabe. Martin, unser Nachbar, kaufte neulich 21 Scheffel Roggen, und sagte, 3 Scheffel machten nach seinem Einkauf gerade 4 Thlr. Wie viel hat er also für die 21 Schfl. bezahlt? K. Wenn 3 Schfl. mit 4 Thlr. bezahlt werden, dann müssen freylich 21 Scheffel mehr Thaler gekostet haben. V. Recht, mein Sohn! Setze so auf, wie du jetzt eben gesagt hast.

K. Also: 3 Schfl. 4 Thlr. 21 Scheffel?

$$
\begin{array}{r}
4 \\
\hline
84 \\
\hline
3)\quad 28 \text{ Thlr.}
\end{array}
$$

Unser Nachbar hat also für 21 Schfl. 28 Thlr. bezahlt. V. Weißt du aber auch, obs richtig ist? K. Wenn ich wüßte, wie man die Probe machte, dann wollte ichs bald wissen. V. Du kehrst die Aufgabe um, also: 21 Schfl. 28 Thlr. 3 Schfl.? Nun multiplicirst du ebenfalls den hin-

hintern Satz mit dem mittlern, und dividirst mit dem vordern. K. Also: 28

3

84

mit dem vordern dividirt, also: 21) 84|4. Thlr. V. Richtig! Aber wie theuer ist nun 1 Schfl.? Da setzest du so auf: 3 Schfl. 4 Thlr. 1 Schfl.? Hinten ist nun eine 1, mit der du nicht multipliciren kannst; folglich dividire gleich mit der 3 in die 4 Thlr., etwa so: 3, in 4, nur 1 mahl, 3 von 4 bleibt 1. Diese 1 ist ein Theil von den Thalern, daher setzest du die 3 darunter, als: $\frac{1}{3}$, dann ists ein Drittheil vom Thlr., 1 Thlr. hat doch 24 Gr., wenn du nun mit der 3, in 24 dividirst, so bekömmst du 8, denn 3 mahl 8 sind 24. Diese 8 sind Gr.; folglich kostet 1 Schfl. 1 Thlr. 8 Gr. Nun wollen wir die Aufgabe verändern, als: 1 Schfl. 1 Thlr. 8 Gr. 21 Schfl.? Mache erst die Thaler zu Groschen, und dann multiplicire den hintern Satz mit dem mittlern. K. Aber kann ich nicht gleich den hintern Satz mit dem mittlern multipliciren? V. O ja! das kannst du; das will ich dir aber hernach zeigen. K. 1 Schfl. 1 Thlr. 8 Gr. 21 Schfl.?

24

32

21

32

64

---

24) 672|28. Da sind die 28 Thlr.

19

V.

V. Richtig. Jetzt will ich dir eine kürzere Art zeigen: 1 Scheffel 1 Thlr. 8 Gr. 21 Schfl.?

4 : 0 : 3

28 Thlr. 0 Gr. 7

Ist diese Art nicht kürzer und leichter? K. Ja, lieber Vater! Es ist auch ganz natürlich, wenn man erst mit der 3, und dann mit der 7, multiplicirt; denn 3 mahl 7 sind 21. V. Recht. Allein, wenn jemand 72 Wspl. Getraide gekauft hätte, und sagte, daß er 6 Wspl. mit 192 Thlr. bezahlt hätte; wie viel hat er wohl für 72 Wspl. bezahlt? K. Das wird so aufgesetzt:

6 Wspl. 192 Thlr. 72 Wspl.

72

384

1344

6) 13824 | 2304 Thaler.

Dieß wäre der Preiß der 72 Winspel.

V. Nun auf die Art, die ich dir zuletzt gezeigt habe.

K. 6 Wspl. 192 Thlr. 72 Winspel?

1536 8

6) 13824 9

2304 Thaler.

V. Gut. Mache auch die Probe.

K. 72 Wspl. 2304 Thlr. 6 Winspel?

6

72) 13824 | 192. Da sind die 192 Thlr.

684

1

V.

V. Du hättest vorne die 72 auch in 8 mahl 9, zerfällen können, als:

72 Wspl.	13824 Thlr.
8	1728
9	192 Thlr.

Dieß wäre etwas leichter. Allein, würde man wohl obige Aufgabe nicht noch kürzer und leichter haben berechnen können? K. Ich glaube immer, Sie werden einen noch leichtern und kürzern Weg wissen. V. Freylich, wo er anwendbar ist; denn das ist er nicht überall. Hier also sind 6 Wspl. 192 Thlr. 72 Wspl.? Hier trift es sich nun, das der vordere Satz in dem hintern aufgeht, als: 6, in 72, 12 mahl; mit dieser 12, die 192 Thlr. multiplicirt, giebt gerade die Summe, die verlangt wird, als:

192
12
―――
2304 Thlr.

Ist dieß nicht weit kürzer? K. Allerdings. Ich werde es da anwenden, wo es geht. V. Das ist mir lieb. Eine andere Aufgabe von eben der Art. Ein Mann kaufte für 12 Thlr. ohngefehr 8 Schfl., wie viel würde er für 144 Thlr. kaufen? Wornach wird hier gefragt? nach Geld, oder nach Getraide? K. Nach Getraide, wie viel er nämlich für 144 Thaler kaufen würde. V. Recht! Und wie mußt du nun aufsetzen? K. 12 Thaler 8 Scheffel 144 Thaler?

8
―――
12) 1152|96 Scheffel.
11

Und

Und die Probe würde seyn:

144 Thaler 96 Scheffel 12 Thaler.

12

144) ~~1152~~ | 8 Scheffel.

V. Richtig! Versuche aber einmahl, ob du die kürzere Art, die ich dir zuletzt zeigte, hier anwenden kannst. K. Ja es geht.

12 Thaler 8 Scheffel 144 Thaler.

96 Schfl. 12

Die Probe, glaube ich, kann man hier auch so machen: 144 Thaler 96 Scheffel 12 Thaler.

12 8 Schfl.

V. Gut, mein Sohn! Aber hier kaufte neulich der Schmidt 3 Centner Eisen, und bezahlte dafür 16 Thlr. 1 Gr. 6 Pf. Hierauf wollte er noch 72 Centner kaufen; wie viel Geld mußte er dazu haben?

K. 3 Centner 16 Thlr. 1 Gr. 6 Pf. 72 Ctr?

96 = 9 = 0 = 6

3) ~~1156~~ | 12 = 0 = 12

~~2~~~~7~~1 | 385 Thlr.

24

12

3) 36 | 12 Gr.

Ich habe die 72 Centner zerfällt, in 6 mahl 12, konnte sie auch 3 mahl 24, oder in 8 mahl 9; allein, mich däucht, 6 mahl 12 ist bequemer, weil ich die Tabellen weiß. Hernach habe ich

mit

mit der 6, die 6 Pf., Gr. und Thlr. multiplicirt; und so auch mit der 12. Hierauf dividirte ich mit der 3, und da blieb den 1, übrig. Diese 1, welche ein Theil von den Thalern war, machte ich mit 24 zu Groschen, und zählte die obenstehende 12 Gr. mit dazu; folglich kamen 36 heraus, in welche ich auch mit der 3 dividirte, da denn die 12 Gr. herauskamen. Der Schmidt müßte also für 72 Centner 385 Thlr. 12 Gr. bezahlen. V. Beweise es, mein Sohn. K. Wie kann ich dieß anders, als durch die Probe.

72 Centner 385 Thlr. 12 Gr. 3 Centner?

72)	1156	12
	434	16 Thlr.
	24	
	96	
	12	
72)	108	1 Gr.
	36	
	12	
72)	432	6 Pf.

Dieß ist die Probe. Ich hätte sie auch können so machen: 72 Ctr. 385 Thlr. 12 Gr. 3 Ctr.?

72 Ctr.	385 Thlr.	12 Gr.	3 Ctr.?
24	96 „	9 „	
4	16 Thlr.	1 Gr.	6 Pf.
6			

Dieß ist freylich kürzer, V. Sehr schön, mein Sohn.

Sohn. Fahre so fort. Aber weißt du auch, wie man diese kürzere Art zu rechnen nennt? K. Nein, lieber Vater. V. Die italiänische Praktik. Ich denke, es thut nichts zur Sache, wenn du die erstere Art, so viel als möglich fahren lässest, und die letztere beybehältst; denn sie ist doch weit kürzer. Und wenn man im gemeinen Leben rechnen muß; so verlangen es oft Zeit und Umstände, daß man bald damit fertig wird. Wir wollen also in dieser Art fortfahren. Ein Strumpfwürker verkaufte auf dem Markte 1 Paar Strümpfe für 14 Gr. Er hat aber 60 Paar verkauft; wie viel hat er Geld eingenommen? K. 1 Paar 14 Gr. 60 Paar?

5 Thlr. 20 Gr. 10
35 Thlr. — = 6

Die 60 werden zerfällt in 10 mahl 6. Mit der 10 werden zuerst die 14 Gr. multiplicirt; 10 mahl 14 sind 140 Gr. Darinn sind 5 Thlr. und 20 Gr. enthalten. Nun mit der 6. 6 mahl 20 sind 120 Gr. Dieß sind 5 Thlr. 6 mahl 5 sind 30 und die 5 Thlr. sind 35 Thlr. Dieß ist seine Einnahme. V. Nun aber die Probe, mein Sohn. K. 60 Paar 35 Thlr. 1 Paar?

10 3 Thlr. 12 Gr.
6 — Thlr. 14 Gr.

Die 60 vorne werden wieder zerfällt in 10 mahl 6. Mit der 10 werden die 35 Thlr. zuerst dividiret, 10, in 35, nur 3 mahl, bleiben 5 Thlr. übrig.

übrig. Diese 5 Thlr. sollen aber auch getheilt werden; folglich muß man sie zu Gr. machen. 5 Thlr. haben 120 Gr. diese mit der 10 dividiret. 10, in 12, nur 1 mahl, bleiben 2, 10, in 20, gerade 2 mahl, und geht auf: also 12 Gr. Noch ist die 6 übrig; mit der werden wieder 3 Thlr. 12 Gr. dividirt. 6, in 3, geht nicht an; folglich muß man die 3 Thlr. zu Gr. machen, aber die dabeystehende 12 Gr. hübsch mit darzu zählen; und dann mit der 6 dividiren. 3 Thlr. haben 72 Gr. und 12, sind 84 Gr. 6, in 8, nur 1 mahl, bleiben 2 übrig, 6, in 24, gerade 4 mahl, sind also die 14 Gr. wieder. V. Ganz recht, mein Sohn. Aber wenn jemand für 12 Pfund Rosinen 1 Thlr. 8 Gr. 6 Pf. bezahlen soll, wie theuer würde er 8 Centner 6 Pfund bezahlen müssen? — Hier hast du im Vordersatze blos Pfunde, allein im Hintersatze Centner und Pfunde. Wie mußt du es hier anfangen? K. Ich verlasse mich darauf, daß Sie's mir sagen werden. V. So! Du siehst vorne Pfunde und hinten Centner und Pfunde. Das sind doch ungleich benannte Sätze. Aber bey der Regeldetri kann nicht eher etwas gemacht werden, bis gleich benannte Sätze da sind. Sind nun in der Aufgabe ungleichbenannte Hinter- oder Vordersätze; so müssen diese eingerichtet werden, damit gleiche Benennungen da sind. Es läuft also alles auf die Regel hinaus: Wenn der Hinter- oder Vordersatz ungleiche Benennungen hat;

so müssen die Sätze eingerichtet werden. Hier hast du im Hintersatze Centner und Pfunde; folglich mußt du die Centner zu Pfunden mit 110 machen; denn ein Centner hat 110 Pfund. Die daneben stehende Pfunde mußt du aber mit zählen: dann hast du im Hinter- uud Vordersatze gleiche Benennungen, nämlich hier Pfunde. Und nun verfährst du nach der ordentlichen Regel. K. Ich würde also so aufsetzen:

12 Pf. 1 Thlr. 8 Gr. 6 Pf. 8 Centner 6 Pfunde?

```
  24        110
 ----      -----
  32        886
  12          390
 ----      ------
 390        79740
           2658
          ---------
    12)    345840 | 12) 28798 | 24) 2399 | 99
           10918  |       411 7|       23 3|
           1              11           2
```

Derjenige müßte also 8 Centner 6 Pfunde bezahlen mit 99 Thaler 23 Groschen 7 Pfennige.

V. Gut! Hast du aber auch richtig gerechnet? Beweise es durch die Probe.

K. 8 Center 6 ℔. 99 Thlr. 23 Gr. 7 Pf. 12 ℔?

```
 110    886) 1199 | Thlr. 19 Gr. 0 Pf.
 886          313 | 1 Thlr.
               24 |
             ---- |
        886) 7881 | 8 Gr.
              443 | .
               12 |
             ---- |
        886) 5316 | 6 Pf.
```

Sehen Sie, lieber Vater, ich habe richtig gerechnet. Ich habe es hier kürzer gemacht, indem ich mit den 12 Pfunden gleich die 99 Thlr. 23 Gr. und 7 Pf. multiplicirte, ohne zuvor die Thaler zu Gr. und die Gr. zu Pf. zu machen. V. Du hast recht gethan, mein Sohn. Man muß immer den kürzesten Weg suchen. Eine andere Aufgabe von eben der Art. Ein gewisser Mann bezahlte für 12 Loth, es mag Farbe seyn, 2 Thlr. 4 Gr. 6 Pf. Wie viel würde er für 84 Centner 8 Pfund 6 Loth bezahlen müssen?

K. Das will ich Ihnen bald sagen.

12 Loth 2 Thlr. 4 Gr. 6 Pf. 84 Centner 8 Pfund 6 Loth?

```
 24             110
----          ------
 52             9248
 12               32
----          ------
630            18502
              27744
             -------
              295942
                 630
             -------
             8878260
            1775652
            ---------
12)         186443460 | 12)  15536955 | 24)  1294746 | 53947
             6648166  |        215557 3|       9218  8|
                1     |        1       |       2221
```

Er würde also für 84 Centner 8 Pfund 6 Loth bezahlen müssen 53947 Thlr. 18 Gr. 3 Pf.

Die

Die Probe will ich Ihnen auch gleich machen.

```
84 Center 8 Pfund 6 Loth  53947 Thlr. 18 Gr. 3 Pf.  12 Loth ?
      110
    -----
     9248
       32
   ------
    18502
    27744
   ------
   295942
              295942) 647373 | Thlr. 3 Gr. 0 Pf.
                       55489 | 2 Thlr.
                          24 |
                     ------- |
              295942) 1331739| 4 Gr.
                       147971|
                           12|
                     ------- |
              295942) 1778682| 6 Pf.
                      1775652|
```

V. Schön! Schön! mein Sohn! Aber geschwind noch eine Aufgabe von der Art. Gesetzt, daß einer für 24 Loth nur 3 Thlr. 6 Gr. 8 Pf. bezahlte. Wie viel würde er für 84 Centner 20 Pfund 2 Loth bezahlen müssen? K. Ich verfahre

fahre doch so, wie mit der vorigen Aufgabe?
B. Ja, ja! Nur schnell.

K. 24 Loth 3 Thlr. 6 Gr. 8 Pf. 84 Centner 20 Pfund 2 Loth?

```
   24            110
  ----          ------
   78           9260
   12             32
  ----          ------
  944           18522
                2778
                ------
                29632
                  944
                -------
               118528 8
              118528 8
             266689 8
             ---------
24) 27972?988 | 12) 1165833?2 | 24) 97127?? | 40469
    888?77A   |     81399 8   |     11613 1
    111       |               |     22
```

Sehen

Sehen Sie, lieber Vater, ich bin bald damit fertig geworden. Derjenige müßte also für 84 Ctr. 20 Pf. 2 Loth bezahlen 40469 Thlr. 21 Gr. 8 Pf. Aber ich will doch die Probe machen, und sehen, ob ich richtig gerechnet habe.

```
84 Centner 20 Pfund 2 Loth   40469 Thlr. 21 Gr. 8 Pf.  24 Loth?
   110                                 ————————————————————————
  ————     296322)     971277 | Thl. 16 Gr. 0 Pf.
  9260                  82311 | 3 Thlr.
    32                     24 |
  ————                 ————— |
 18522     296322)    1975480 | 6 Gr.
 2778                  197548 |
 ————                      12 |
 296322                ————— |
           296322)    2370876 | 8 Gr.
                      2370876 |
```


Die

Die Probe bestätigt, daß ich richtig gerechnet habe, daß aber der Hintersatz hier aus 24, und im vorigen aus 12 bestanden hat, machte die Berechnung um ein ganzes Theil leichter. V. Du hast meinen ganzen Beyfall, mein Sohn! Wohl dir, wenn du überall so fortfährst, gleichen Eifer und Fleiß zu beweisen. Alles, was du machen wirst, wird dir gut von statten gehn. Für heute aber, denke ich, haben wir uns genug mit der Rechenkunst beschäftigt. Wir wollen morgen da, wo wir stehen geblieben sind, weiter fortfahren.

Achtes Gespräch.

Karl.

Wo ist meine Rechentafel? — Ha! ha! Ich habe sie schon. Nun, lieben Freunde, muß ich euch verlassen. Mein Vater ist schon oben auf der Studierstube, und jetzt ist meine Rechenstunde. Lebt also wohl, und kommt auf den Abend wieder. — — Sie haben doch nicht lange auf mich warten dürfen, lieber Vater? V. Nein, mein Sohn! Aber mich wunderts, daß du dich von deiner Gesellschaft losgerissen hast. K. Ja, lieber Vater! Man gewinnt ja wenig oder gar keinen Nutzen bey derselben: allein, in Ihrer Gesellschaft, weiß ich, vermehren sich meine Kenntnisse. Und — überdem ist es ja auch die festgesetzte Rechenstunde, die werde ich doch nicht ungenutzt vorbeystreichen lassen. V. Ich muß

dich umarmen, mein Sohn, weil ich sehe, daß du so eifrig bemüht bist, dir Nutzen zu verschaffen, und daß du dich so gern an eine Ordnung gewöhnest. Ich werde nun nicht mehr nöthig haben, dir zuzurufen: Fahre fort! Sondern ich werde blos stehen, dir zusehen, deine schnellen Fortschritte in den Kenntnissen bewundern, und mich freuen, daß ich einen so guten Sohn, einen so lieben Karl habe. K. Mein lieber Vater! Ich werde es auch an nichts fehlen lassen, Ihnen Freude zu machen und mir Nutzen zu verschaffen. Sie werden mich doch auch unterstützen? V. O ja, lieber Karl. Zu dem Ende wollen wir in der Rechenkunst fortfahren. Wenn jemand 576 Ellen mit 1728 Thlr. bezahlen müßte; wie hoch würden ihm 96 Ellen zu stehen kommen?

576 Ellen 1728 Thlr. 96 Ellen?
13824 8
12
576) 165888 | 288 Thlr.
5060
46

Ich will auch gleich die Probe machen.

96 Ellen 288 Thaler 576 Ellen?
288
4608
4608
1152
96) 165888 | 1728 Thaler.
6988
27

V.

V. Gut, mein Sohn. Nur noch eine Aufgabe zur Uebung, und dann wollen wir eine andere Rechnungsart anfangen. K. Eine andere? O das ist ja vortrefflich! Wird sie auch so leicht seyn, als diese? V. Eben so leicht. Es kommt nur darauf an, wie man anfänglich Achtung giebt. Denn wenn man die Vortheile einer Sache weiß, dann fällt das Uebrige nicht schwer. Nun, ich versprach dir noch eine Aufgabe zur Uebung, die dir aber in etwas unverständlich seyn wird, weil du manche Dinge noch nicht gehört hast. Ich werde dir aber die Sache erleichtern, so viel ich kann. K. Ich bitte auch darum. V. Die Aufgabe ist also folgende: Es bezahlt jemand 110 Mark, 4 Loth, 1 Quentch. mit 784 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. wie viel würde er für 96 Mark 7 Loth 3 Quentchen bezahlen müssen? Du hast hier Mark, Loth und Quentchen, deren man sich beym Silber bedient. Aber du weißt nicht, daß eine Mark 16 Loth, und 1 Loth 4 Qu. hat. Dieß mußt du dir merken, und hier anzuwenden wissen. Ich werde sehen, wie du es machen wirst.

K. 110 Mark 4 Loth 1 Quentchen 784 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. 96 Mark 7 Loth 3 Qu.? S.

```
  16                 24             16
1764              18818           1543
   4                 12              4
7057             225824           6175
                   6175
                1129120
               1580768
               225824
              1354944
7057)        1394463200 | 12) 197600 | 24) 16466 | 686 Thlr.
              688734    |      7888   |     2042
               8863     |          8  |      1     2
                42      |             |
```

Er würde bezahlen müssen 686 Thlr. 2 Gr. 8 Pf.

V. Gut! Beweise es mir aber durch die Probe.

K. 96 M. 7 L. 3 Qu. 686 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. 110 Mark 4 Loth 1 Quentchen?

```
  96 M.           686 Thlr.          110 Mark
  16              24                 16
 ----            -----              -----
 1543            16466              1764
    4               12                 4
 ----           ------              -----
 6175           197600              7057
                                    197600
                                   --------
                                   4234200
                                   49399
                                  63513
                                  7057
                                  -----------
   6157) 13044632000 | 12) 2258224 | 24) 188188 | 784
         1594682 0   |     109220 8|     209 2   |
         359887      |     1       |             |
         5044        |             |             |
         12          |             |             |
```

B.

V. Die Probe beweißt, daß du richtig gerechnet hast. Mein Sohn, wir haben nach den bisherigen Lehren der Regeldetri immer aus drey gegebenen Sätzen den vierten unbekannten gefunden. Glaubst du wohl, daß wir nun alle Aufgaben werden ausrechnen können? K. O ja, lieber Vater. V. Nun so rechne einmahl folgendes aus: Unsere beyden Tagelöhner wollen den Garten in 8 Tagen umgraben, ich sähe aber lieber, er würde in 4 Tagen umgegraben, wie viel brauche ich also Tagelöhner, wenn der Garten in 4 Tagen umgegraben werden soll? K. Ich setze: 8 Tage, 2 Tagelöhner, wie viel 4 Tage, oder 8 : 4 = 2 : 1. Da kommt heraus nur Ein Tagelöhner, und doch brauche ich mehrere Arbeiter, weil die nämliche Arbeit in kürzerer Zeit geschehen soll, und kürzere Zeit mehr Arbeit, also auch mehr Tagelöhner erfordert. V. Du urtheilst ganz richtig, mein Sohn. Kehre also nur deinen Satz um, 4 : 8 = 2 : 4. Dann sagst du, wie sich 8, zu 4, oder 4, zu 8, verhalten, also auch 4, zu 2, oder 2, zu 4. Dieses heißt die umgekehrte Regeldetri. Du hast die Aufgabe nach der ordentlichen Regeldetri vorhin aufgesetzt; zu 8 Tagen 2 Tagelöhner, wie viel zu 4 Tagen. Kehre diesen Aufsatz um, und mache das letzte Glied zum ersten, und rechne übrigens wie in der ordentlichen Regeldetri, so ist dein Satz richtig. 4 Tage 2 Tagelöhner 8 Tage.

2
4) 16 | 4.

K. Aber, lieber Vater, wie lerne ich es, daß ich allemahl gewiß weiß, ob ich nach der ordentlichen, oder verkehrten Regeldetri rechnen muß? V. Mache es immer so, wie vorhin, überlege deine Aufgabe recht. Sinne nach, ehe du zu rechnen anfängst, ob du nach deiner Aufgabe eine Zahl bekommen müßtest, welche mehr, oder weniger anzeigt. Solltest du mehr bekommen, und findest hernach beym Ausrechnen, daß du wirklich mehr bekommen hast, so gehört deine Aufgabe in die ordentliche Regeldetri, so auch, wenn nach deinem vorhergehenden Urtheil weniger kommen sollte, und es kommt wirklich weniger. Z. B. Wie viel kosten 12 Pfund, wenn 2 Pfund 8 Gr. kosten, natürlicher Weise müssen 12 Pfund mehr kosten, als 2 Pfund, und dein Satz 2 Pfund 12 Pfund 8 Gr. 48 Gr. giebt wirklich mehr; dein Satz gehört also in die ordentliche Regeldetri. So auch, was kosten 3 Pf. wenn 9 Pfund 12 Gr. kosten? Du siehst leicht 3 Pfund müssen weniger betragen, als 9 Pfund und dein Satz 9 Pfund kosten 12 Gr., wie viel 3 Pfund, oder 9 Pfund 3 = 12

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 9)\quad \not{3}\not{6}|4. \end{array}$$

giebt weniger, nämlich 4. Dein Satz ist also richtig; ein Satz aus der gewöhnlichen Regeldetri. Findest du aber, daß das, was herauskommt, mit deiner vorhergehenden Ueberlegung nicht zutrift, wenn du die Aufgabe nach der or-

dent-

dentlichen Regeldetri gerechnet hast, so gehört sie in die umgekehrte Regeldetri. Z. B. Ich hätte 6 Arbeiter angenommen, meinen Garten in 12 Tagen umzugraben. Nun aber wollte ich ihn in 6 Tagen umgegraben haben, wie viel braucht' ich dazu Leute? K. Ich überlege, ehe ich rechne, daß Sie mehr Arbeiter haben müssen, weil Sie weniger Zeit dazu geben wollen. Ich setze nach der ordentlichen Regel auf: 12 Tage 6 Arbeiter, wie viel 6 Tage? da bekomme ich viel weniger, nur 3 Arbeiter, also gehört die Aufgabe in die umgekehrte Regeldetri, und ich setze 6 Tage 6 Arbeiter, 12 Tage machen 12 Arbeiter, oder 6 : 12 = 6. Rechne mir nun diese Aufgabe aus: Wenn ein Scheffel Roggen 2 Thlr. 12 Gr. gilt, und die Bäcker, nach Anweisung der Polizey, ein Zweygroschenbrod 3 Pfund schwer backen, wie schwer müßten sie ein solches Brod backen, wenn der Roggen wohlfeiler würde, und der Scheffel nur 1 Thlr. 6 Gr. gälte? Hier ist der fragende Satz 1 Thlr. 6 Gr. der, welcher nach der vorigen Rechnungsart hinten stehen müßte. Allein, die verkehrte Regeldetri verlangt, daß er vorne stehen soll. Willst du also richtig rechnen, so mußt du so aufsetzen: 1 Thlr. 6 Gr. 3 Pfund 2 Thlr. 12 Gr. K. Man muß sich hier sehr in Acht nehmen, wie ich sehe, damit man nicht einen Fehler begeht. V. Ey freylich!

K. Ich will die Aufgabe ausrechnen.

1 Thlr. 6 Gr. 3 Pfund 2 Thlr. 12 Gr.?

24 24

30 60

3

30) 180|6 Pfund.

Ein Zweygroschenbrod müßte alsdann 6 Pfund schwer seyn. V. Gut! Wie würdest du aber die Probe machen? K. Setze ich nicht den hintern Satz vorne, und den vordern Satz hinten, und lasse den mittlern stehen? V. Nein! das wäre falsch. Du mußt zwar die Sätze so verwechseln, allein, dann mußt du den herausgekommnen Satz, hier 6 Pfund, zum mittlern machen, und der obige mittlere Satz würde dann der vierte, der durch die Rechnung herauskommen soll. K. Folglich so:

2 Thlr. 12 Gr. 6 Pfund 1 Thlr. 6 Gr.?

24 24

60 30

6

60) 180|3 Pfund.

V. Ja, so ists richtig! Eine andere Aufgabe: Wenn jemand zu seiner völligen Kleidung 10 Ellen sieben Viertel breites Tuch braucht; wie viel würde er nöthig haben, wenn das Tuch zehn Viertel breit wäre?

K.

K. 10 Viertel 10 Ellen 7 Viertel?

7

10) 70 | 7 Ellen.

Die Probe davon ist:

7 Viertel 7 Ellen 10 Viertel?

7

7) 70 | 10 Ellen.

V. Schön, mein Sohn! Wenn aber 6 Arbeiter in 7 Wochen 2 Tagen eine Arbeit zu Stande brächten; in wie viel Zeit würden 11 Arbeiter damit fertig werden? Versteht sich, daß der Sonntag nicht mitgerechnet wird; folglich nur 6 Tage zum Arbeiten bestimmt sind.

K. 11 Arbeiter 7 Wochen 2 Tage 6 Arbeiter.

6

44

6

11) 264 | 24 6) 24 | 4 Wochen.

4

Die Probe ist: 6 Arb. 4 Wochen 11 Arbeiter.

11

6) 44 | 7 Wochen.

2

6

6) 12 | 2 Tage.

V. Richtig, mein Sohn! Nun, wie gefällt dir diese Rechnungsart? Ist sie schwer? K. Sie gefällt mir sehr wohl, und ist bis jetzt noch nicht

schwer gewesen, wenn man nur immer bedenkt, daß man es mit der verkehrten Regeldetri zu thun hat. V. Das ist Recht! Ich will dir aber jetzt eine Aufgabe vorrechnen, worinn etwas vorkommen wird, das du noch nicht gehabt hast; z. B. Es leihet mir jemand 600 Thlr. auf drey Jahr, ohne Zinsen. Nachher kommt aber dieser Freund auch in Noth, und borget wieder von mir 800 Thlr. Wie lange kann ich sie ihm wohl leihen, damit sein mir ehemahls erzeigter Dienst vergolten werde? Die Aufgabe wird nach der verkehrten Regeldetri berechnet, und so aufgesetzt:

800 Thlr. 3 Jahr 600 Thlr.
3
―――
1800.

Nun muß doch mit dem vordern Satze dividiret werden, 800, in 1800. Da hat man es nun leichter, wenn man zuvor die Nullen wegstreicht; sowohl die zu 800, als die zu 1800, (denn daß man, wenn man multiplicirt, die kleinere Zahl unter die grössere setzt, und die Nullen hinten herausrückt, habe ich dir bey Gelegenheit schon gesagt, und du hast es auch stets beobachtet). Da bleibt denn statt 8ØØ nur 8, und statt 18ØØ nur 18. Nun werden die 18 durch die 8 dividiret, als:

8, in 18 | 2 Jahr. Die übrig gebliebne 2,
2 |

sind Theile von den Jahren, und werden mit 12 zu Monathen gemacht, weil 1 Jahr 12 Monathe

the hat; also: 2
12
24 mit der 8 wieder dividirt, 8, in 24|3, sind 3 Monathe. Ich würde also die 800 Thlr. dem guten Freunde, wenn ichs genau mit ihm nehmen wollte, auf 2 Jahre 3 Monathe leihen können. Merke dir die Art, mein Sohn, wie ich hier gerechnet habe, wenn irgend etwa Aehnlichkeiten vorkommen sollten. Jetzt will ich dir eine andere Aufgabe geben, die im gemeinen Leben auch vorkommen kann, z. B. Ein Fuhrmann soll für ein gewisses Geld 50 Centner 48 Meilen wegfahren. Nachdem aber die Bedingungen schon allerseits eingegangen und festgesetzt sind, ladet man ihm noch 10 Ctr. auf. Hier entsteht nun die Frage: wie weit der Fuhrmann nöthig habe und schuldig sey, zu fahren? Wie wirst du nun diese Aufgabe berechnen? K. So, lieber Vater: 10 Ctr. 48 Meil. 50 Ctr. V. Das ist falsch; zum wenigsten ist doch der vordere Satz falsch. K. Wie so? mein bester Vater. Sie haben ja doch nur 10 Centner angegeben. V. Aber Karl, lieber Karl, besinne dich doch! Waren nicht schon 50 Centner auf dem Wagen? K. Ach ja; Nun weiß ichs schon. 10 und 50 sind 60. V. Recht! Wird nun der vordere Satz noch 10 seyn? K. Nein, sondern 60. Also so: 6Ø Ctr. 48 Meilen 5Ø Centner.

5

6) 24Ø|40 Meilen.

Die Probe ist: 5Ø Ctr. 40 Meilen 6Ø Centner.

$$\begin{array}{r|l} 6 & \\ \hline 5)\ 24Ø & 48 \text{ Meilen.} \\ 4 & \end{array}$$

V. Nun ists richtig. Der Fuhrmann hat also, wenn ihm der Lohn nicht vermehrt wird, nicht mehr als 40 Meilen nöthig zu fahren. Aber jetzt werde ich dir eine Aufgabe geben, die noch mehr Nachdenken erfordert, als die letzte. Z. B. Ein gewisser Buchhändler hat einen Quartanten im Verlag, der 5 Buch, 11 Bogen Papier enthält, und wo auf jeder Seite 25 Zeilen, und in jeder Zeile 30 Buchstaben sich befinden. Dieses Werk will er nun von neuem auflegen, und dasselbige Format beybehalten. Er wählt aber eine etwas kleinere Schrift, so, daß auf jede Seite 30 Zeilen, und in jede Zeile 50 Buchstaben kommen. Nun frage ich dich, wie viel Papier er dazu braucht? K. Ja, das ist freylich schwer für mich. V. Nun, ich will dich auf die Bahn bringen. Zuerst sage mir, welches würde wohl der mittlere Satz seyn? K. 5 Buch 11 Bogen. V. Richtig! aber, warum? K. Weil Sie wissen wollen, wie viel Papier er gebraucht habe. V. Recht! Und welches würde der vordere Satz seyn? K. Die 30 Zeilen und 50 Buchstaben. V. Ganz richtig! Nun wirst du auch leicht den hintern Satz wissen. Setze also auf. K. 30 Zeilen (50 Buchst.) 5 Buch 11 Bog. 25 Z. (30 Buchst.) V. Wie wird die Aufgabe, oder wie wird jeder

Satz

Satz nun eingerichtet? K. Ich weiß es nicht, lieber Vater. V. Du fängst beym mittlern Satz an, und machst die Bücher zu Bogen mit 25, weil ein Buch Druckpapier 25 Bogen enthält. Dann machst du die Zeilen zu Buchstaben mit der Zahl, die jede Zeile enthalten soll, hinten mit 30 und vorne mit 50. Uebrigens verfährst du wie bey der Regeldetri. K. O! nun will ichs schon machen.

30 Zeilen (50 Buchst.) 5 Buch 11 Bog. 25 Z. (30 Buchst.)

50	25	30
1500	136	750
	750	
	6800	
	952	

1500) 10200 | 00
12 | 68   25) 68 | 2 Buch
18 Bogen.

Er braucht also zur neuen Auflage 2 Buch 18 Bogen Papier.

V. Ganz richtig! Nun, lieber Karl, die Probe will ich dir schenken. Mit heute wollen wir also die verkehrte Regeldetri endigen. Morgen sollst du wieder etwas neues bekommen. K. Wieder etwas neues? O, das ist ja schön! V. Ja, ja! Da wirst du nicht lauter ganze Zahlen, sondern auch gebrochne zu sehen bekommen, d. h. wir wollen dann die Brüche anfangen. K. Sehr schön, lieber Vater! Ich bin zu allem bereit, wenn ich nur etwas Gutes lernen kann.

Neuntes Gespräch.

Karl.

Wir fangen doch heute eine neue Rechnungsart an? V. Ja, mein Sohn! Du mußt aber heute alle Aufmerksamkeit anwenden. K. O! ich verspreche Ihnen recht aufmerksam zu seyn. Sie redeten ja gestern von den Brüchen; mit diesen werden wir heute gewiß zu thun haben? V. Ja, mein Sohn! Du hast das Wort Brüche so hingesagt; weißt du denn, was ein Bruch ist? K. Ich kann mir keine rechte Vorstellung machen, was ein Bruch in der Rechenkunst seyn mag. V. Wenn etwas von einer Sache abgebrochen ist, bleibt da die Sache noch ganz? K. Nein. V. Und ist das, was vom Ganzen abgebrochen ist, auch ein Ganzes? K. Nein! V. Es ist nur ein

ein Theil des Ganzen, nicht wahr? K. Ja. V. Wenn nun mehrere Theile von dem Ganzen genommen werden, so sind dieß Theile des Ganzen. Wenn du diesen Apfel in 2 Theile zerschneidest; wie viel hast du Stücke? K. Zwey. V. Ein jedes dieser 2 Stücke ist ein Theil vom Ganzen, also ein Bruch. Wenn das Ganze in 2 gleiche Stücke zerschnitten ist; so heißt jedes Stück ein Halbes. Wenn es in 3 gleiche Stücke zerschnitten ist; so heißen die einzelnen Stücke Drittel. Zerschneide mir einmahl den Apfel in 4 Stücke, so heißt jedes Stück ein Viertel. Nun kannst du etwa davon nehmen 1 Stück, 2 Stück, oder 3 St. Wenn du 1 Stück nimmst, so hast du ein Viertel $\frac{1}{4}$, wenn du 2 Stück nimmst; so hast du zwey Viertel $\frac{2}{4}$, wenn du drey Stück nimmst; hast du drey Viertel $\frac{3}{4}$. Du nennst und schreibst bey einem Bruch allemahl zwey Zahlen. Was zeigt die eine Zahl an, welche unter dem Strich ist? K. In wie viel Theile das Ganze getheilt ist. V. Und die obere Zahl? K. Wie vielmahl ich diese Stücke genommen habe. V. Fällt dir nicht bey, wie man die Zahl des Bruchs, von der du sagst, daß sie anzeigt, in wie viele Theile das Ganze zertheilt ist, noch anders bezeichnen oder angeben könnte. K. Ja, das Wort: theilen, sagt mirs ja schon; sie ist immer ein Divisor in dem Ganzen. V. Richtig, und die Zahl, welche anzeigt, wie vielmahl ich diese Theile des Ganzen nehme. Was ist eigentlich immer diese? K. Ein Multiplicator der Theile des Ganzen? V. Nimm

nun einmahl alle 4 Stücke deines Apfels, wie heißen die? K. Vier Viertel $\frac{4}{4}$. V. Machen diese 4 Stücke nun aber nicht so viel aus als der ganze Apfel. K. Allerdings. V. Folglich ist ein Bruch so viel als ein Ganzes, wenn die oberste Zahl so groß ist als die unterste. Wir wollen das alles auf eine andere Art noch einmahl sehen. Ein Groschen hat 12 Pfennige, wenn du nun 6 Pfennige davon nimmst, wie viel bleiben? K. 6 Pfennige. V. Richtig! Und diese 6 Pfennige sind die Hälfte vom Groschen; folglich ein halber Groschen. ($\frac{1}{2}$ Gr.) Theilst du aber den Groschen in drey Theile, so, daß jeder Theil 4 Pfennige beträgt, so wird ein solcher Theil ein Drittel ($\frac{1}{3}$) genannt; weil es der dritte Theil eines Groschens ist. Machst du vier Theile aus dem Groschen; so hast du 4 Viertel. Nimmst du den vierten Theil zweymahl, so ist das 2 Viertel, und 2 Viertel sind eben so viel als ein halber Groschen oder 6 Pfennige. Allein drey Viertel ($\frac{3}{4}$) sind 9 Pfennige u. s. w. So geht es auch, wenn der Groschen nur in drey Theile getheilt wird. Da sind denn drey Drittel ($\frac{3}{3}$) ein Ganzes, nämlich ein Gr. oder 12 Pf.; zwey Drittel ($\frac{2}{3}$) 8 Pf. und ein Drittel ($\frac{1}{3}$) 4 Pf. Nimmt man zwey Groschen, oder 24 Pf. und theilet sie; so ist die Hälfte ($\frac{1}{2}$) 1 Gr., theilet man sie in drey Theile ($\frac{3}{3}$), so ist $\frac{1}{3}$ davon 8 Pf. $\frac{2}{3}$ aber 16 Pf. oder 1 Gr. 4 Pf. Theilet man sie in 4 Theile; so beträgt $\frac{1}{4}$ davon 6 Pf.; $\frac{2}{4}$ 1 Gr.; $\frac{3}{4}$ aber 18 Pf. oder 1 Gr. 6 Pf. Theilet man sie

in

in 6 Theile; so beträgt jeder Theil 4 Pf. und ist $\frac{1}{6}$. Allein $\frac{2}{6}$ sind 8 Pf. $\frac{3}{6}$ 12 Pf. oder 1 Gr. $\frac{4}{6}$ aber, oder welches einerley ist $\frac{2}{3}$, (denn die Hälfte von der 4, sind 2, und von der 6, 3,) sind 16 Pf. oder 1 Gr. 4 Pf. u. s. w. Ist dir das deutlich, mein Sohn? K. O ja! lieber Vater. V. Noch mehr! Wenn du 25 Bohnen hast, und willst sie in 5 Theile theilen; wie viel bekommt ein Theil? K. 5; folglich ist jeder Theil $\frac{1}{5}$ vom Ganzen, nämlich von der 25. V. Schön! 10 Bohnen würden dann seyn? K. $\frac{2}{5}$, weil es zwey Theile sind, und jeder Theil 5 enthält; so $\frac{3}{5}$, welches 3 Theile; folglich 15 sind, und $\frac{4}{5}$, welches 20 Bohnen wären. V. Ganz richtig, mein Sohn! $\frac{5}{5}$ würden dann das Ganze, oder die 25 Bohnen seyn. Ein Bruch besteht also aus zwo Zahlen; jede Zahl kann aber aus mehreren Ziffern bestehen, als etwa $\frac{25}{30}$, $\frac{118}{220}$, $\frac{4786}{5521}$ u. s. w. Die untere Zahl benennt, in wie viele Theile das Ganze getheilt ist; deswegen heißt sie der Nenner, merke dir's; die obere Zahl aber zählt, wie viel Theile vom Ganzen sind genommen worden; daher heißt sie der Zähler. Ein Bruch besteht also aus Zähler und Nenner. Der Zähler muß immer kleiner seyn, als der Nenner; folglich muß der Nenner größer seyn, als der Zähler. K. Aber kann ich nicht auch sagen Sechs Viertel ($\frac{6}{4}$). V. Ja, du kannst das sagen. Du hast deinen Apfel in 4 Theile zerschnitten und $\frac{4}{4}$ betragen deinen ganzen Apfel.

Willst du nun noch mehr Viertel haben, z. B. $\frac{5}{4}$, so mußt du noch einen Apfel in vier Stücke zerschneiden, und noch $\frac{2}{4}$ von diesem andern Apfel dazu nehmen, dann hast du freylich $\frac{6}{4}$. Nun ist aber $\frac{6}{4}$ so viel als ein Ganzes und noch $\frac{2}{4}$. Wenn der Nenner kleiner ist, als der Zähler, welches doch nicht seyn soll; so ists ein Beweis, daß noch Ganze in dem Bruche enthalten sind, als $\frac{9}{8}$ ist $1\frac{1}{8}$. So auch $\frac{12}{4}$ sind 3 Ganze, $\frac{13}{7}$ ist $1\frac{6}{7}$. Also kommt es beym wirklichen Bruche darauf an, daß der Zähler kleiner sey, als der Nenner. Ist aber der Nenner kleiner als der Zähler, so dividire den Nenner in den Zähler; der Quotient zeigt alsdann, wie viele Ganze in dem Bruch enthalten sind, und der Rest, wie viel einzelne Theile übrig bleiben, wenn die Ganzen weggenommen sind. K. Das ist wahr, lieber Vater! das sehe ich. V. Aber es kommen im gemeinen Leben noch andere Fälle vor, wo man sagt: ein halb Viertel, dieß wird geschrieben $\frac{\frac{1}{2}}{4}$, und ist die Hälfte vom vierten Theile eines Ganzen, folglich $\frac{1}{8}$. So ists auch mit dem zwey und ein halb Viertel ($\frac{2\frac{1}{2}}{4}$), welches 2 Viertel und $\frac{1}{8}$ ist u. s. w. Um dir dieses deutlich zu machen, so nimm hier 16 Pfennige. Theile sie in vier Haufen, und du hast $\frac{4}{4}$ des Ganzen. Kannst du nun nicht jeden Haufen wieder in zwey Theile oder zwey Haufen theilen? K. Ja, dann habe ich zusammen 8 Theile oder lauter

Achtel.

Achtel. V. Also kannst du sagen, ein halbes Viertel, weil du jedes Viertel in zwey Theile getheilt hast, und aus jedem Viertel $\frac{2}{8}$ geworden. $\frac{1}{8}$ ist also natürlich ein halbes Viertel $\frac{\frac{1}{2}}{4}$. Wie viel sind also eigentlich zwey und ein halbes, oder drittehalb Viertel. K. Jedes Viertel hat $\frac{2}{8}$; folglich sind $\frac{2}{4}$ soviel als $\frac{4}{8}$, und noch ein Achtel, zusammen $\frac{5}{8}$. V. Nun trift's sich aber in der Rechenkunst, daß mehrere Brüche addiret werden müssen. Laß uns nun sehen, wie man das machen muß, z. B. du solltest sagen, wie viel in $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{9}$ Thalern ganze Thaler enthalten wären; so müßtest du diese Brüche zur Addition so setzen:

$\frac{1}{9}$	1
$\frac{2}{9}$	2
$\frac{4}{9}$	4
$\frac{5}{9}$	5
$\frac{7}{9}$	7
$\frac{8}{9}$	8
	$\frac{27}{9}$

9) 27 | 3 ganze Thaler. Du siehst die Nenner sind alle gleich. Wenn dieß ist; so werden die Zähler so abgesetzt, wie du hier siehst. Diese Zähler werden aber addirt, wodurch hier 27 herauskommen: das sind $\frac{27}{9}$ Thaler; nämlich 9 ist hier der Nenner, der in allen diesen Brüchen gleich ist. Der Zähler ist aber hier doch größer als der Nenner; folglich stecken noch Ganze darinn. Diese zu erfahren, wird mit dem Nenner divi-

dividirt, und da kommen denn 3 ganze Thaler heraus. Nun addire selbst einmahl $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{7}{8}$ Thlr. Wie viel Ganze mögen wohl darinn seyn? K. Doch so:

$\frac{1}{8}$	1
$\frac{2}{8}$	2
$\frac{3}{8}$	3
$\frac{5}{8}$	5
$\frac{6}{8}$	6
$\frac{7}{8}$	7
	$\frac{24}{8}$

8) 24 | 3 Thlr. Ich denke, man kann es so auch finden, als: das erste $\frac{1}{8}$, und die letzten $\frac{7}{8}$, sind $\frac{8}{8}$, also 1 Ganzes; ferner $\frac{2}{8}$ und $\frac{6}{8}$, wieder 1 Ganzes, sind schon 2 Ganze; und $\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{8}$, wieder 1 Ganzes; dieß sind die 3 Thaler. V. Richtig! Ich freue mich, daß du nachdenkst und forschest. Nun wieder eine andere Art, wo etwas übrig bleiben wird, als: $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$ Thaler. Wie viel sind ganze Thaler darinn?

K.

$\frac{2}{7}$	2
$\frac{3}{7}$	3
$\frac{4}{7}$	4
$\frac{5}{7}$	5
$\frac{6}{7}$	6
	$\frac{20}{7}$

7) 20 | 2 Thlr. Das sind 2 und $\frac{6}{7}$ Thaler. Auch so: $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{7}$, ein Ganzes, $\frac{3}{7}$ und $\frac{4}{7}$, auch 1 Ganzes; folglich 2 Ganze, und da bleiben denn $\frac{6}{7}$ übrig. V. Richtig, mein Sohn! Aber wie,

wie, wenn nun in den Brüchen ungleiche Nenner wären, als: $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ Thlr. da würde man es doch wohl müssen anders anfangen? Ich will dich das lehren; laß uns aber vorher folgendes bemerken. Wenn du deinen Apfel in 2 Theile zerschneidest; so bekommst du $\frac{2}{2}$, in 3 Theile $\frac{3}{3}$, in 4 Theile $\frac{4}{4}$. Welcher Bruch zeigt die kleinsten Theile an? K. Die $\frac{4}{4}$. V. Welcher von den Brüchen hat den größten Nenner? K. Ebenfalls $\frac{4}{4}$. V. Wenn ich dich also frage, welcher Bruch hat unter verschiedenenen Brüchen den kleinsten Werth? K. Der, welcher den größten Nenner hat? V. Und welcher den größten Werth? K. Welcher den kleinsten Nenner hat. V. Du wirst mir nun leicht sagen können, welcher unter folgenden Brüchen, die einerley Nenner haben, und wo folglich die Theile, worein das Ganze getheilt ist, gleich sind, den größten Werth hat: $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{24}{4}$? K. $\frac{24}{4}$ hat den größten Werth, denn ich muß hier den vierten Theil des Ganzen 24 mahl nehmen, da ich bey $\frac{6}{4}$ diesen vierten Theil nur 6 mahl nahm. V. Du siehest also, daß bey Brüchen, welche sich nur durch Zähler unterscheiden, der den größten Werth hat, welcher den größten Zähler hat, und der den kleinsten Werth, welcher den kleinsten Zähler hat. Diese Vorstellung, von den Brüchen, mache dir ja recht geläufig; ohne sie kannst du die Rechnung mit den Brüchen nie richtig beurtheilen. Du sollst $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ addiren.

Mache

Mache dir auch nun davon eine deutliche Vorstellung: nimm von einem Apfel, welchen du in 4 Stücke getheilt hast, $\frac{3}{4}$, und von einem andern, welchen du in 3 Stücke getheilt hast, $\frac{1}{3}$. Du siehest wohl und weißt aus dem vorhergehenden, daß $\frac{1}{3}$ mehr ist, als $\frac{1}{4}$. Dir fehlt zum Ganzen der Viertel, nur noch $\frac{1}{4}$, denn $\frac{4}{4}$ ist ein Ganzes, nimmst du also das $\frac{1}{3}$ zu den $\frac{3}{4}$, so hast du schon mehr, als ein Ganzes. K. Aber wie viel habe ich mehr? V. Das wirst du sehen, wenn du beyde Brüche unter gleiche Nenner bringst. K. Das weiß ich aber nicht. V. Ich habe dir gezeigt, daß du die Theile eines Ganzen immer wieder verkleinern kannst, aus Viertel, Achtel, und wenn du diese wieder theilst, Sechzehntel machen kannst. Du weißt, daß $\frac{2}{8}$, so viel ist, als $\frac{1}{4}$. So auch, wenn du 12 Pfennige in drey Haufen gelegt hast, so kannst du jeden Haufen wieder in 4 Theile theilen. In wie viel Theile überhaupt, hast du nun die 12 Pfennige vertheilt. K. Erstlich in 3 Theile, hernach jeden dieser Theile, wieder in 4, macht 12 Theile. V. Bekommst du nun aber nicht gleichviel, wenn ich dir sage, nimm $\frac{1}{3}$ des Ganzen weg? oder wenn ich dir sage, nimm $\frac{4}{12}$ weg? K. Ja, denn jedes $\frac{1}{3}$ besteht aus $\frac{4}{12}$ des Ganzen. V. Du siehest also, daß ein Bruch durch verschiedene Zahlen ausgedrückt werden kann, ohne daß sich sein Werth verändert. Nur muß dabey beobachtet werden, daß wie der Nenner die Theile

grösser oder kleiner macht, auch der Zähler gegenseitig grösser oder kleiner werde, $\frac{1}{12}$ wäre freylich viel weniger, als $\frac{1}{4}$, wenn ich aber die 12 viermahl nehme, statt einmahl, so habe ich offenbar wieder eben so viel, als $\frac{1}{4}$. Nun will ich dir sagen, wie man 2 Brüche unter gleiche Nenner bringt: multiplicire beyde Nenner, dann hast du den allgemeinen Nenner für beyde Brüche. Du sollst $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{3}$ addiren. Sage 3 mahl 4, ist der allgemeine Nenner $\frac{\ }{12}\ \frac{\ }{12}$. Nun multiplicire wieder den Zähler des einen Bruchs mit dem Nenner des andern, so hast du den neuen Zähler. Dreymahl 3, macht $\frac{9}{12}$, und 1 mahl 4, macht $\frac{4}{12}$. Nun weißt du, daß $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{3}$ macht $\frac{9}{12}$ und $\frac{4}{12}$ ist $\frac{13}{12}$, oder $1\frac{1}{12}$. K. Ich will dieses auch mit einem andern Bruch versuchen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$. V. Sage mir einmahl, wirst du auch mehr, als ein Ganzes bekommen? K. Nein. Ich theile die 12 Pfennige in 2 Theile, nun habe ich das Halbe, oder die eine Hälfte. Ich theile ferner die andere Hälfte in 2 Theile, nun habe ich das Viertel. Es bleibt also vom Ganzen immer noch $\frac{1}{4}$ übrig. Ich sehe nun schon, daß ich $\frac{3}{4}$ habe. Ich will es aber doch ordentlich ausrechnen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$, zweymahl 4 macht 8. Dieses ist der allgemeine Nenner $\frac{\ }{8}\ \frac{\ }{8}$, einmahl 4, ist 4, also $\frac{4}{8}$, und 1 mahl 2, ist 2, also $\frac{2}{8}$; $\frac{4}{8}$, und $\frac{2}{8}$, ist $\frac{6}{8}$. Ganz recht, $\frac{6}{8}$ und $\frac{3}{4}$ ist einerley. V. Um der Erleichterung willen, nimm immer den Bruch, welcher die kleinsten

Zahlen enthält, das ist hier $\frac{3}{4}$. K. Aber wie mache ich es nun, wenn ich mehr als 2 Brüche addiren soll? V. Wir wollen annehmen, es soll addiret werden $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{24}$. Man setzt die Brüche unter einander, sucht den größten Nenner, der hier 24 ist, und schreibt ihn oben hin, dann dividirt man mit jedem Nenner darein, und mit dem Zähler multiplicirt man wieder das, was herauskommt; und übrigens verfährt man wie oben, als:

	24
$\frac{1}{3}$	8
$\frac{3}{4}$	18
$\frac{5}{6}$	20
$\frac{7}{12}$	14
$\frac{13}{24}$	13
	$\frac{73}{24}$

24) 73 | $3\frac{1}{24}$ Thlr. Ist dir das deutlich?
$\frac{1}{24}$

K. Ja, lieber Vater! Ich sehe, daß man das, was durch die Multiplication des Zählers herauskömmt, hinter den Strich schreibt, und dann alles addirt. V. Recht! Nun sage mir, wie viel Ganze in $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{10}{36}$ Thlr. enthalten sind? K.

	36
$\frac{3}{4}$	27
$\frac{5}{6}$	30
$\frac{7}{9}$	28
$\frac{9}{12}$	27
$\frac{7}{18}$	14
$\frac{10}{36}$	10
	136

36)

36) 136 | $3\frac{28}{36}$ Thaler.
$\frac{28}{36}$ |

Wenn man mit 4 in den Bruch dividirt, so kommen $\frac{7}{9}$ heraus. Es sind also $3\frac{7}{9}$ Thaler darinn enthalten. V. Schön, mein Sohn! Du hast aber bis jetzt Brüche gehabt, wo der Hauptnenner, in dem alle Nenner aufgiengen, schon da war. Aber es giebt Fälle, wo der Hauptnenner erst gesucht werden muß. Von der Art wird folgende Aufgabe seyn: $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{20}$ Thlr.; wie viel ganze Thaler mögen wohl darinn stecken? Man verfährt hierbey, wie oben. Doch — ich will dirs zeigen:

	1440		
$\frac{3}{4}$	360	—	1080
$\frac{4}{5}$	288	—	1152
$\frac{3}{8}$	180	—	540
$\frac{2}{9}$	160	—	320
$\frac{3}{10}$	144	—	432
$\frac{7}{20}$	72	—	504

1440) 4028 | 2 Thlr.
4) $\frac{1148}{1440}$ | $\frac{287}{360}$

Es sind also $2\frac{287}{360}$ Thlr. Siehe, das hängt so zusammen. Erstlich mußt du sehen, welches der größte Nenner ist, (hier 20) dann mußt du versuchen, welche Nenner in demselben aufgehen (hier 4, 5, 10). Mit denen, die nicht aufgehen, multiplicirst du den größten Nenner, als hier 8 und

9 mit 20, so:

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \\ \hline 160 \\ 9 \\ \hline 1440 \end{array}$$

Was herauskommt, ist der Hauptnenner, in den alle Nenner aufgehen, und der oben hingesetzt wird. Zweytens dividiret jeder Nenner in den Hauptnenner; was herauskommt, macht hier die erste Kolumne aus, als: $\frac{360}{288}$ und so weiter. Drittens multiplicirt jeder Zähler das, was sein Nenner durch die Division herausgebracht hat; und so entsteht denn die zwote Kolumne, als: $\frac{1080}{1152}$ u. s. w. die durch einen Strich von der ersten abgesondert wird. Viertens wird blos die zwote Kolumne, nicht die erste, addirt, und das was herauskommt mit dem Hauptnenner dividirt; so erhält man denn das, was man wissen wollte und suchte. Bleibt ein großer Bruch übrig; so muß man ihn zu heben suchen. Dieß geschieht, wenn man mit einer Zahl, die in dem Zähler und Nenner aufgeht, diese beyden dividirt. Man thut dieß so lange, bis der Bruch sich nicht mehr heben läßt. Ist dir dieß nun deutlich? K. O ja, lieber Vater. V. Wie subtrahirt man wohl Brüche? z. B. Du solltest $\frac{3}{8}$ Thlr. von $\frac{5}{8}$ abziehen. Du müßtest es so machen:

$$\begin{array}{c|c} \frac{5}{8} & 5 \\ \frac{3}{8} & 3 \\ \hline \end{array} \qquad \overset{2}{\smile} \qquad \frac{2}{8} \,\Big|\, \frac{1}{4}$$

$\frac{2}{8}$ Thlr.

Du

Du siehst, daß hier die Nenner gleich sind; folglich werden blos die Zähler abgesetzt und der kleine vom größern abgezogen, bleiben 2, darunter wird der Nenner gesetzt, als: 8, sind $\frac{2}{8}$, diese machen $\frac{1}{4}$ aus. Nun ziehe $\frac{5}{9}$ von $\frac{8}{9}$ Thlr. ab.

K. $\frac{8}{9}$ | 8   3
$\frac{5}{9}$ | 5 $\frac{3}{9}$ | $\frac{1}{3}$ Thlr.
$\frac{3}{9}$

Es bleibt also ein Drittel Thaler oder 8 Gr. V. Recht! Jetzt waren die Nenner gleich; wenn sie aber ungleich sind, als: $\frac{2}{3}$ Thlr. von $\frac{7}{8}$ Thlr. dann mußt du es so machen:

24
$\frac{7}{8}$ | 21
$\frac{2}{3}$ | 16
$\frac{5}{24}$ Thlr.

Du mußt die Nenner multipliciren, hier 3 mahl 8, sind 24; was herauskommt, ist der Hauptnenner. Dann wird mit jedem Nenner in den Hauptnenner dividirt als: 8, in 24, 3 mahl, mit der 7 den Zähler multiplicirt, macht 21, und diese wird hingeschrieben. So auch mit dem andern Bruche: 3, in 24, 8 mahl, 2 mahl 8 sind 16. Nun wird abgezogen, bleiben $\frac{5}{24}$ Thaler. Hast du dieß eingesehen? K. Ja, lieber Vater. es ist ja nicht schwer. V. Das ist mir lieb, mein Sohn. Wenn dir aber ein solcher Fall, als: 48$\frac{7}{8}$ Thlr. von 100 Thlr. abzuziehen vorkäme, wie würdest du es dann machen? K. Nun, lieber Vater, ich sehe, daß der obere Satz, wel-

ches die 100 Thaler wären, keinen Bruch hat, der untere Satz aber einen hat; folglich müßte ich nur ein Ganzes borgen, und das zum Bruch machen, der $\frac{8}{8}$ wäre; dann ists leicht abzuziehen. V. Schön, mein Sohn! Nun, berechne die Aufgabe so.

K.	$\overset{\frac{8}{8}}{\smile}$ 100 Thlr.
	$48\frac{7}{8}$ Thlr.
	$51\frac{1}{8}$ Thlr.

V. Richtig! Nun wollen wir auch multipliciren und dividiren. Sage mir, auf wie vielfache Art kann man den Werth eines Bruchs vergrößern? K. Auf eine zweyfache Art. Ich kann den Nenner verkleinern, so wird der Werth größer, oder den Zähler vergrößern, so wird der Werth des Bruchs auch größer. Sehen Sie nur, lieber Vater, je größer die Theile sind, in welche ich das Ganze zertheile, desto kleiner ist ihr Nahme, oder der Nenner der Theile. Ein Stück von einem Ganzen, das in 2 Theile getheilt ist, ist größer als ein Stück von dem Ganzen, wenn es in 6 Stücke zertheilt ist. Und 3 mahl ein Stück von diesem Halben oder Sechsteln ist mehr als 2 mahl oder $\frac{2}{6}$. V. Auf wie vielerley Art kannst du nun auch den Bruch verkleinern? K. Ebenfalls auf zweyerley Art. Ich kann den Nenner vergrößern, oder den Zähler verkleinern. V. Wenn du nun $\frac{2}{3}$ mit 3 multipliciren sollst, um wie vielmahl mußt du da den Zähler größer machen?

machen? K. Ich muß ihn 3 mahl größer machen, dann bekomme ich $\frac{6}{3}$. V. Du hast gesagt, du kannst es auf zweyerley Art machen, versuche auch die andre. K. Da muß ich den Nenner um 3 mahl kleiner machen, oder mit der 3 in den Nenner dividiren. 3, in 3, habe ich 1 mahl, der Bruch ist $\frac{2}{1}$. V. Ist hier der Zähler nicht größer als der Nenner? K. Ja, es sind also Ganze in den Bruch. Die bekomme ich heraus, wenn ich den Nenner in den Zähler dividire, $\frac{6}{3}$. 3, in 6, habe ich 2 mahl; folglich ist $\frac{2}{3}$ 3 mahl, 2 Ganze. V. Und 1, in 2, kannst du auch 2 mahl; folglich giebt es auch 2 Ganze, und beyde Arten, die Brüche zu multipliciren, sind einerley. Wähle jedesmahl die Art, welche in dem vorkommenden Falle die vortheilhafteste ist. Also $\frac{2}{3}$ mit 3 multiplicirt, ist 2. Ueberzeuge dich davon also: theile 12 Pfennige in 3 Haufen, auf jeden kommen 4, nun nimm 2 von den 4 Haufen, so hast du 8 Pfennige. Diese sollst du 3 mahl nehmen, und du hast 24 Pfennige, also das Ganze, die 12 Pfennige 2 mahl, oder 2 Ganze. Wenn ich sage: multiplicire 3 mit $\frac{2}{3}$, so kommen natürlicher Weise eben so viel; denn es ist gleich viel, ob ich sage $\frac{2}{3}$ mahl 3, oder 3 mahl $\frac{2}{3}$. K. Die Multiplication vermehret, oder vervielfältiget, ich bekomme hier ja aber weniger, als das Ganze beträgt, nämlich statt 3 nur 2? K. Stelle dir die Sache nur recht vor. Multipliciren heißt eine Zahl, vervielfältigen,

 sagst

sagst du, und die Zahl mit einer andern Zahl multipliciren, heißt doch auch wohl die eine Zahl, den Multiplicandus, nach der Bestimmung der andern Zahl, des Multiplicators, vervielfältigen. Ist nun der Multiplicator eine ganze Zahl, so zeigt diese, daß du den Multiplicanden so oft nehmen sollst, als der Multiplicator Eins enthält. Zum Beyspiel, 2 mahl 4. Hier siehest du, daß du die 4, den Multiplicanden, 2 mahl nehmen sollst, weil der Multiplicator, 2 mahl Eins in sich enthält. Ist nun aber dein Multiplicator ein wirklicher Bruch, so enthält er gar keine Eins, oder gar kein Ganzes, sondern nur Theile von dem Ganzen. Du findest also durch die Multiplication eines Ganzen mit einem Bruch, die Zahl, welche von einem Ganzen eben der Theil ist, welcher dein Bruch von Eins ist. Du solltest nun den Multiplicanden 3, welchen wir als Thaler ansehen wollen, mit dem Multiplicator $\frac{2}{3}$ multipliciren. Du siehst der Multiplicator enthält den 3ten Theil von Eins, oder einem Ganzen 2 mahl, und 2 Thaler sind offenbar $\frac{2}{3}$ von 3 Thlr. Nun multiplicire noch 36 Thlr. mit $\frac{3}{4}$. K. Ich kann entweder den Nenner durch die ganze Zahl kleiner machen, welches hier nicht angeht, oder mit dem Zähler multipliciren, das geht hier

$$\begin{array}{r} 36 \\ 3 \\ \hline 108 \\ \hline 4 \end{array}$$

Ich

Ich habe $\frac{108}{4}$, und wenn ich nun den Nenner in diesen Zähler dividire 4) 108 | 27,
4

so habe ich 27 Ganze. V. Offenbar einerley wäre es und leichter, wenn du die 36 erst mit deinem Nenner dividirtest, und hernach mit dem Zähler den Quotienten multiplicirtest 4, in 36, hast du 9 mahl, und 3 mahl 9, macht 27. K. Aber wie, wenn ich einen Bruch mit einem Bruch multipliciren soll? V. Multiplicire die Nenner beyder Brüche, und auch ihre Zähler, $\frac{2}{3}$ mahl $\frac{1}{4}$, 1 mahl 2, macht $\frac{2}{\ }$, 3 mahl 4, macht $\frac{\ }{12}$, $\frac{2}{12}$, oder $\frac{1}{6}$. Du bekommst hier, ohngeachtet du multiplicirest, dennoch weniger an Werth, weil du, indem du die Theile des Bruchs, oder den Nenner, durch die Multiplication größer gemacht hast, natürlich den Werth dieser Theile verringert hast. Eigentlich hast du durch die Multiplication der $\frac{2}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ aus jedem Drittel deines Bruchs vier Theile, oder Viertel machen müssen. Siehe einmahl; hier sind 12 Pfennige davon beträgt $\frac{1}{3}$, 4 Pf. Diesen drittel Theil sollst du zu Viertel machen, multipliciren, oder viermahl kleiner an Werth machen. Du bekommst also nur 1 Pf. dieß ist der Werth von $\frac{1}{4}$ mahl $\frac{1}{3}$. Du sollst aber $\frac{2}{3}$ multipliciren; folglich mußt du noch einen Pfennig nehmen; $\frac{2}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ multiplicirt machen also 2 Pf. Wenn du nun deine 12 Pf. in Theile vertheilst, oder in Haufen, wovon jeder 2 enthält, so bekommst du 6 Hau-

fen, oder Sechstel; folglich machen 2 Pfennige $\frac{1}{6}$ des Ganzen. Also $\frac{2}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ multipliciren, heißt eine Zahl finden, welche von $\frac{2}{3}$ das $\frac{1}{4}$ ist. K. Erlauben Sie mir doch, daß ich mir das bey einer andern Aufgabe wiederhohle. Ich will $\frac{2}{3}$ mit $\frac{2}{4}$ multipliciren, macht $\frac{4}{12}$, oder $\frac{1}{3}$. Hier urtheile ich so: ich muß jedes Drittel um zwey Viertel größer machen. Das heißt: ich sollte eigentlich aus jedem Drittel, Viertel machen, allein ich habe hier auch einen Zähler, und diese bringen in Absicht des Werthes der Brüche gerade das Gegentheil hervor. Wenn ich durch 4 die Menge des Bruchs vergrößere, und also den Werth der Theile verringere, hernach diese Theile zweymahl nehme; so ist das gerade so viel, als hätte ich die Nenner nur mit 2 vergrößert. Will ich die Drittel aber mit 4 vergrößern, so muß ich das 12tel, welches ich herausbekomme, erstlich 2 mahl nehmen, wegen des Zählers, der $\frac{2}{4}$, und hernach noch 2 mahl, weil ich nicht wie vorhin $\frac{1}{3}$, sondern $\frac{2}{3}$ habe. Es ist also ganz richtig, daß ich die Zähler und die Nenner, beyde mit einander multipliciren muß. V. Erinnere dich nur immer, mein Sohn, daß du durch die Multiplication zweyer Brüche, die Theile zu noch kleinern machst; denn du sollst einen solchen Theil deines Bruchs (des Multiplicandus) finden, als dein Multiplicater ein Theil vom Ganzen ist. Z. B. $\frac{3}{4}$ mit $\frac{1}{2}$ machen daher $\frac{3}{8}$, das heißt, $\frac{3}{8}$ ist $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$. K. Lieber Vater,

Vater, das ist mir nun sehr deutlich. Kann man nicht auch Brüche dividiren? V. Ja. Ich will dir erst zeigen, wie man es damit macht, und hernach warum man es so macht. Wenn du eine ganze Zahl mit einem Bruch, 24 durch $\frac{1}{4}$ dividiren sollst, so multiplicire die ganze Zahl mit deinem Nenner und du erhältst 96. K. Dividiren heißt ja theilen, ich bekomme hier aber mehr, als 24 Pf., da ich doch weniger bekommen sollte. V. Du sollst ja nicht Ganze durch Ganze theilen, sondern ein Ganzes durch Theile, das heißt, du sollst jede Eins, woraus das Ganze besteht, zu eben solchen Theilen machen, als die Theile deines Bruchs Theile von Eins (vom Ganzen) sind. Hier besteht dein Bruch aus Viertel Theilen. Du sollst also jedes Eins, deren du hier 24 hast, zu lauter Viertel machen, oder die 24, Viertel mahl nehmen. K. Nun verstehe ich es. Ich habe die 24 zu lauter Viertel gemacht. 24 mahl 4 Viertel, ist 96. Wie nun $\frac{1}{4}$ der vierte Theil von 1, ist, so ist auch 24, der vierte Theil von 96. V. Richtig. Du kannst auch sagen: eine ganze Zahl mit einem Bruch dividiren, heißt eine Zahl finden, worinn diese ganze Zahl so oft enthalten ist, als der Bruch in einem Ganzen. Nun dividire 24 mit $\frac{2}{4}$. K. Das wird offenbar nur die Hälfte geben können. Ich muß zwar die 24 auch zu Viertel machen, aber, ich muß diese Viertel, wegen meines Zählers wieder zweymahl nehmen, und das ist

eben so viel, als wenn ich sie nur halb genommen hätte. Ich sehe also wohl, ich darf nicht allein das Ganze mit dem Nenner multipliciren, sondern ich muß auch mit dem Zähler wieder dividiren. V. Ganz richtig, 24 durch $\frac{2}{4}$ rechnest du daher also: 4 mahl 24 ist 96, durch 2 machen 48. Nun ist $\frac{2}{4}$ die Hälfte von Eins und 48 auch die Hälfte von 96. Wenn du einen Bruch durch einen Bruch dividiren sollst. Z. B. $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{2}$, so multiplicire den Zähler deines Dividenden 3 durch den Nenner deines Divisors 2, und mache dieses zu deinen Zähler $\frac{6}{\ }$. Hernach multiplicire den Zähler deines Divisors 1 mit dem Nenner deines Dividenden 4, und mache dieses zu deinen Nenner $\frac{\ }{4}$. Nun hast du $\frac{6}{4}$. Es ist gleich viel, welches du zuerst multiplicirst, nur vergiß nicht, daß das, was du aus der Multiplication der Zahlen des Dividenden bekommst, mit dem Nenner des Dividenden dein neuer Zähler wird. Zu dem Ende setze deine Brüche also hin: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, streiche den Nenner deines Divisors weg, und setze den Nenner des Dividenden, womit du seinen Zähler multipliciren sollst, darunter

$$\begin{array}{c}1\\ \hline \not{2}\\ 4\end{array}$$

nun sage 1 mahl 4, ist 4. Dieses ist dein Nenner. Nun streiche den Nenner deines Dividenden weg, und setze darunter den Nenner des Divisors, womit du wieder multipliciren

sollst,

sollst, was herauskommt ist dein Zähler $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{6}$

also: $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ ist $\frac{6}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$.

$\frac{4}{4}$ $\frac{2}{6}$

Der allerkürzeste Weg aber ist, wenn du deinen Divisor umkehrst, den Zähler zum Nenner und den Neuner zum Zähler machst, und hernach Zähler und Nenner deiner Brüche blos multiplicirst: $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{2}$. Der Divisor ist also $\frac{2}{1}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt $\frac{6}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$. K. Das ist richtig, und ungemein kurz. Nun sinne ich nur noch, was einen Bruch mit einem Bruch dividiren eigentlich bedeutet. V. Ich will dir in deinem Nachdenken helfen. Wenn du Ganze durch Ganze theilest, so bekommst du durch die Theilung weniger. Wenn du aber die Nenner deiner Theile dividirst, so bezeichnen, wie du weißt, kleinere Nenner einen größern Werth. $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{2}$ dividiren, heißt nichts anders, als aus jedem Viertel ein Halbes, also noch einmahl so viel machen. Drey Halbe machen aber $1\frac{1}{2}$. Bemerke ja den Unterschied von der Multiplication. Solltest du $\frac{3}{4}$ mit $\frac{1}{2}$ multipliciren, so müßtest du jedes Viertel wieder in 2 Theile theilen, also um die Hälfte kleiner machen. Hingegen bey der Division dieser Brüche, mußt du jedes Viertel zu noch einmahl, oder um die Hälfte so viel macheu. Was $\frac{1}{4}$ des Ganzen ist soll ein Hal-

Halbes des Ganzen werden. Einen Bruch durch einen Bruch dividiren, bedeutet im allgemeinen eine Zahl finden, von welcher der Dividendus der nämliche Theil ist, welcher der Divisor von Einem Ganzen ist. Ein Halb ist von 1 die Hälfte, $\frac{3}{4}$ ist von $1\frac{1}{2}$ auch die Hälfte. Ich habe gern, daß du alles ganz deutlich siehest. Theile diese 12 Pf. als ein Ganzes in 4 Theile, $\frac{1}{4}$ davon sind 3 Pf. Dividire diese $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{2}$. Ein Halb von deinem Ganzen sind 6 Pf. also machst du aus jedem Viertel, deren du 3 hast, 6 Pf. und du bekommst 18 Pf. oder $\frac{18}{12}$, welches $1\frac{1}{2}$ ist. K. Da ich durch die Multiplication zweyer Brüche den Werth des Multiplicanden verringere, so sollte man lieber die Multiplication, Division, und die Division, Multiplication nennen. V. Dich wird diese Benennung nicht verwirren, wenn du dich nur dabey erinnerst, daß die Benennung: Multiplication, eigentlich auf das Verfahren, die Nenner und die Zähler zu multipliciren, Bezug hat. Wir wollen nun einmahl diese Aufgabe versuchen: Wenn 1 Elle 5 Thaler käme, wie theuer würde man $\frac{2}{3}$ Ellen bezahlen müssen?

K. 1 Elle 5 Thlr. $\frac{2}{3}$ Ellen?

2

3) ~~10~~ | $3\frac{1}{3}$ Thlr.

$\frac{1}{3}$

Ich muß mit dem Zähler die Ganzen, hier 5 Thl., multipliciren, und mit dem Nenner dividiren,

was

was herauskommt, ist das vierte unbekannte Glied, das ist ja leicht! V. So ists eben, wenn man Brüche zu dividiren hat, z. B. $\frac{2}{9}$ Ellen werden bezahlt mit $\frac{7}{9}$ Thlr., wie theuer 1 Elle? Der Aufsatz bleibt so: $\frac{2}{9}$ Ellen $\frac{7}{9}$ Thlr. 1 Elle?

$3\frac{1}{2}$ Thlr.

Hier sind die Nenner auch gleich: also dividirt der Zähler des vordern Bruchs in den Zähler des mittlern Bruchs, 2, in 7, 3 mahl, 2 mahl 3 sind 6, von 7, bleibt 1, den Zähler darunter, ist ein Halbes. Nicht wahr, es ist dir deutlich? K. O ja, bester Vater! V. Nun, so berechne doch folgende Aufgabe: $\frac{2}{7}$ Ctnr. werden bezahlt mit $\frac{6}{7}$ Thlr., wie theuer 1 Centner?

K. $\frac{2}{7}$ Centner $\frac{6}{7}$ Thlr. 1 Centner?

3 Thlr.

Also müßte man 1 Centner mit 3 Thlr. bezahlen. V. Richtig, mein Sohn! Wenn aber $\frac{2}{3}$ Ellen mit $\frac{3}{4}$ Thlr. bezahlt würden, wie theuer wäre dann 1 Elle? Hier sind ungleiche Nenner; da muß man denn dieß so berechnen:

$\frac{2}{3}$ Ellen $\frac{3}{4}$ Thlr. 1 Elle?

8. 9. | $1\frac{1}{8}$ Thlr.
$\frac{1}{8}$

Man multiplicirt übers Kreuz, den Nenner des zweyten Bruchs mit den Zähler des ersten Bruchs, 4 mahl 2, sind 8, und macht dieses zum Zähler, und 3 mahl 3, sind 9, dieses ist der Nenner, nun 8, in 9, dividirt, kommt $1\frac{1}{8}$ Thlr. heraus.

Oder,

Oder, wenn 3 Loth $\frac{6}{7}$ Gr. kosten, was 1 Loth? Da sollen nun die 3 Ganze in $\frac{6}{7}$ dividiren. Dieß wird so gemacht: 3 Loth $\frac{6}{7}$ Gr. 1 Loth?

$\frac{2}{7}$ Gr.

nämlich, die 3 Ganze dividiren in den Zähler, als: 3, in 6, 2 mahl; darunter wird der Nenner gesetzt. Geht aber der vordere Satz nicht in den Zähler auf, als: 5, in $\frac{9}{8}$; so wird blos der vordere Satz mit dem Nenner multiplicirt, als: 5 mahl 9, sind 45, darüber wird der Zähler gesetzt, sind $\frac{8}{45}$. Hast du dieß begriffen? K. Allerdings, lieber Vater! Ich kann es auch so machen. Ich sage, wie sich 3 Loth zu 1 Loth verhält, so verhalten sich $\frac{6}{7}$ Gr. auch zu der 4ten unbekannten Zahl. Wenn ich nun die 3 auch zu einen Bruch mache, so bekomme ich $\frac{3}{1}$. Dieser ist mein Divisor, welchen ich umkehre $\frac{1}{3}$, und nun multiplicire. Ich bekomme $\frac{6}{21}$, oder $\frac{2}{7}$. Ich sehe auch, daß alle die verschiednen Arten, einerley seyn müssen. Denn ob ich den Zähler des Dividenden 6 vorher mit den Nenner des Divisors 1 multiplicire, um meinen neuen Zähler zu bekommen, und den Zähler 3 mit dem Nenner hernach; oder ob ich den Divisor umkehre und blos multiplicire, hernach aber, um den Bruch zu verkleinern, Zähler und Nenner mit 3 dividire, ist eben so viel, als wenn ich den Nenner gleich unter den Divisor setze, multiplicire, und nun den neuen Divisor bekomme, den ich in 6, den Zähler meines Bruchs dividiren soll, so aber

hier

hier nicht angeht, weil 21 mehr sind, als 6; folglich einen Bruch $\frac{6}{21}$ bekomme. Alles ist einerley. V. Recht so, mein Sohn. $\frac{6}{21}$ oder $\frac{2}{7}$, ist freylich kein Ganzes. Du kannst aber doch Ganze herausbringen. K. Wie so? V. Du hast zum Dividenden Groschen. Wenn du diese Groschen nun zu Pfennigen machst, deren Werth kleiner ist; so wirst du wieder Ganze bekommen. 1 Gr. hat, wie du weißt, 12 Pf. Nun sollst du aber nicht einen ganzen Groschen, sondern nur $\frac{2}{7}$ Groschen haben, wie viel sind das Pfennige? K. Ich theile die 12 Pf. in 7 Theile, da bekomme ich 1 Pf. auf jeden Theil und 5 bleiben noch übrig. Diese 5 in 7 Theile, bekomme ich noch zu jeden Haufen $\frac{1}{2}$ Pf. und es bleiben noch drey halbe übrig. Diese theile ich in $\frac{1}{4}$, aber da bekomme ich nur $\frac{6}{4}$, ich theile sie in 8, aber es geht noch nicht auf. V. Du bist zwar auf den rechten Wege, allein das Verfahren wäre sehr weitläuftig. Denn wenn du nun alles bis aufs Haar getheilt hättest, so müßtest du alles erst wieder addiren, um zu sehen, wie viel Pfennige auf $\frac{1}{7}$ kommen, und dieses um $\frac{2}{7}$ zu bekommen, wieder 2 mahl nehmen. Bemerke die folgende Regel: wenn du einen Bruch in Ganze von einem geringern Werth verwandeln willst, so siehe zu wie viel Ganze der kleinern Dinge darzu gehören, um ein Ganzes der Größern auszumachen. 12 Pf. gehören dazu, um einen Groschen auszumachen. Dann dividire den Nenner deines

Bruchs

Bruchs in die Ganze der kleinern Zahl, was herauskommt, multiplicire mit deinem Zähler. Z. B. $\frac{3}{4}$ Gr. wie viel sind es Pfennige. Ein Ganzer Groschen hat 12 Pf. Ein Viertel Groschen davon ist 3 Pf. und folglich $\frac{3}{4}$ Gr. 9 Pf. So auch $\frac{2}{7}$ Gr. wie viel sind es Pf.? $\frac{1}{7}$ ist in 12 ein und $\frac{5}{7}$ mahl enthalten. Also $\frac{7}{7}$ und $\frac{5}{7}$ ist $\frac{12}{7}$. Diese 2 mahl, sind $\frac{24}{7}$ oder $3\frac{3}{7}$. K. Sie erinnern mich an mehrere Dinge. Wenn ich wissen wollte, wie viel $\frac{3}{4}$ Thlr. und 2 Gr. machen, so sage ich 1 Thlr. hat 24 Gr. Der 4te Theil von 24 ist 6 Gr. 3 mahl 6 Gr. ist 18 Gr. und die 2 dazu sind 20 Gr. V. Richtig. Nun sage mir aber auch, wie verwandelst du wohl Ganze kleinerer Art in Theile größerer Art, also in Brüche größerer Art. Z. B., mache 18 Gr. zu Brüche von Thalern. K. Ich denke mir 1 Thaler ist $\frac{24}{24}$, und folglich sind 18 Gr. $\frac{18}{24}$. Dieses kann ich kleiner machen durch 6; folglich habe ich $\frac{3}{4}$ Thlr. V. Ganz richtig, mein Sohn. Nun wollen wir für heute aufhören. Denke was wir heute gehabt haben, recht fleißig durch, dann wird dir in der folgenden Stunde alles viel leichter werden. Doch ehe wir heute aufhöreu, wollen wir noch eine Aufgabe rechnen: 6 Personen sollen sich in $12\frac{5}{9}$ Thlr. theilen, wie viel bekommt 1 Person? Das wird so gemacht:

6 Personen $12\frac{5}{9}$ Thlr. 1 Person?

$$\frac{6}{1} \qquad \frac{113}{9} \qquad 54)\ 113\ \Big|\ 2\tfrac{5}{54}\ \text{Thlr.}$$

$\frac{5}{54}$

Man

Man muß den mittlern Satz einrichten, nämlich mit dem Nenner 9, die 12, multipliciren, und den Zähler dazu nehmen, kommt 113. Darunter wird der Nenner geschrieben; folglich ists ein Bruch. Den vordern Satz macht man auch zum Bruch, indem man blos eine 1, darunter setzt; und nun wird kreuzweise multiplicirt, 6 mahl 9 sind 54, damit werden 113 dividirt, kommen $2\frac{5}{54}$ Thaler heraus. Ists schwer? K. O nein! Ich kann das alles sehr leicht aus dem vorhergehenden begreifen. V. Morgen wollen wir uns in der Regeldetri mit Brüchen weiter üben. K. O das ist schön. Ich will mich recht fleißig darauf vorbereiten.

Zehntes Gespräch.

Karl.

Heute wieder die Regeldetri in Brüchen? O ja, lieber Vater. V. Nun, ich will suchen, deiner Lernbegierde ein Genüge zu leisten. Deine Aufmerksamkeit verbunden mit deinem guten Gedächtniß hat bis jetzt noch meinen Unterricht ererleichtert. Auch die Regeldetri in Brüchen ist nicht schwer, indem du schon die Regeldetri in ganzen Zahlen verstehst, und auch weißt, was ein Bruch ist. Es kömmt nur immer darauf an, daß du dir merkst, wie man mit dem Zähler und Nenner umgeht. Gieb einmahl Acht, wie ich dir folgende Aufgabe berechnen werde:

$$\frac{1}{4}\text{ Centner } 5 \text{ Thaler } \frac{3}{4}\text{ Centner?}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ \hline 4)\ 15 \\ \hline 3\tfrac{3}{4}\text{ Thlr.} \end{array}$$

Im hintern Satze ist der Bruch $\frac{3}{4}$; dessen Nenner man vorne, den Zähler aber unter den Bruch selbst setzet. Nun verfährt man nach der ordentlichen Regeldetri, multiplicirt den mittlern Satz mit dem hintersten, kommen 15, und dividirt darinn mit dem vordersten, 4, in 15, 3 mahl, 3 mahl 4 sind 12; bleiben 3, darunter die 4, sind $\frac{3}{4}$ Thaler. Wie viel sind dieß Groschen? K. 18 Gr. V. Richtig! Also 3 Thlr. 18 Gr. Nun berechne folgende Aufgabe selbst. Es kauft jemand 1 Pfund für 12 Gr., wie viel wird er für $\frac{7}{8}$ Pfund bezahlen müssen?

$$\frac{1}{8}\text{ Pfund } 12 \text{ Gr. } \frac{7}{8}\text{ Pfund?}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 8)\ 84 \\ \hline 10\tfrac{4}{8}\,|\,\tfrac{1}{2}\text{ Gr.} \end{array} \qquad 10\tfrac{4}{8} \text{ oder } 10\tfrac{1}{2}\text{ Gr.}$$

Für $\frac{7}{8}$ Pfund würde also derjenige 10 Gr. 6 Pf. bezahlen müssen. V. Richtig! Es waren also $\frac{7}{8}$ Pfund, daran fehlte $\frac{1}{8}$, dann war es 1 Pfund. Wie theuer ist also dieß $\frac{1}{8}$? K. Wie setze ich dieß auf? V. Das brauchst du nicht; das kannst du so gleich wissen. Du hast da 12 Gr. und 10 Gr. 6 Pf. Letztere von erstern abgezogen, wie viel

bleibt?

bleibt? K. 1 Gr. 6 Pf. V. Ganz recht! Das $\frac{1}{8}$ Pfund kostet also 1 Gr. 6 Pf. Eine andere Aufgabe: Es bezahlt jemand für 1 Schock Eyer 10 Gr. wie viel würde er für $\frac{3}{4}$ Schock bezahlen müssen?

K. 1 Sch. 10 Gr. $\frac{3}{4}$ Schock?

4   3   3

4) 30

$7\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{2}$ Gr. $7\frac{2}{4}$ Gr. oder $7\frac{1}{2}$ Gr.

Hier habe ich ja nur die Ganzen mit dem Bruch zu multipliciren, und ein Ganzes mit einem Bruch multipliciren muß man mit dem Zähler multipliciren und dem Nenner dividiren. V. Schön, mein Sohn! Aber wenn vorne 2 Sch. stünden? K. Dann hätte ich statt des einen Divisor meines Nenners zween Divisoren. Ich müßte also 2 mahl dividiren, oder die beyde Divisoren multipliciren, und dann auf 1 mahl damit dividiren. V. Siehst du, das geht schon recht gut. $\frac{3}{4}$ Sch. wie viel sind das Eyer? K. 3 Mandeln, oder 45 Eyer. V. Richtig! Nun trift es sich, daß in dem hintern Satz Ganze und ein Bruch kommen, als $36\frac{2}{3}$ Pfund, da muß man zuerst den Satz in Ordnung bringen, das geschieht, wenn man mit dem Nenner die Ganzen multiplicirt, und den Zähler dazu nimmt, z. B. 1 Pfund gilt 6 Thaler, was gelten $36\frac{2}{3}$ Pfund?

K. 1 Pfund 6 Thlr. $36\frac{2}{3}$ Pfund?

$$\begin{array}{llll} \underline{1} & & & \underline{36\frac{2}{3}} \\ 3 & & & 110 \\ & & & \underline{6} \\ & & 3) & \underline{660} \\ & & & 220 \text{ Thlr.} \end{array}$$

V. Recht! Noch eine andere Aufgabe, die eben so berechnet wird: 1 Stein 6 Thlr., was kosten $48\frac{7}{8}$ Stein?

K. 1 Stein 6 Thlr. $48\frac{7}{8}$ Stein?

$$\begin{array}{llll} \underline{1} & & & \underline{48\frac{7}{8}} \\ 8 & & & 391 \\ & & & \underline{6} \\ & & 8) & 2346 \mid 293\frac{1}{4} \text{ Thlr.} \\ & & & 72\frac{2}{8} \mid \frac{1}{4} \end{array}$$

V. Gut! Nun soll der mittlere Satz aus einem bloßen Bruch bestehen, als:

1 Centner gilt $\frac{3}{4}$ Thlr., was 96 Centner?

$$\begin{array}{llll} \underline{1} & \underline{\frac{3}{4}} & & \underline{3} \\ 4 & 3 & 4) & \underline{288} \\ & & & 72 \text{ Thlr.} \end{array}$$

Der Zähler wird ebenfalls unter den Bruch, der Nenner aber vorne hingesetzt, und dann ists wieder so, wie zuvor. K. Ich sehe, lieber Vater, daß diese Regedetri eben nicht schwer ist. V. Sie ist auch nicht schwer, wenn man nur die

die Regel behält: die Nenner des mittlern und hintersten Satzes setze vorne, und den Nenner des vordersten Satzes setze hinten. z. B. 1 Pfund wird bezahlt mit $\frac{2}{3}$ Thlr., wie theuer würde man $\frac{3}{4}$ Pfund bezahlen müssen? Vorne ist kein Bruch, also kann auch kein Nenner hinten hingesetzet werden.

```
K. 1 Pfund  2/3 Thaler,  3/4 Pfund?
   ---      ---          ---
   3        2            3
   4                     2
   ---                   ---
   12                    6  |
                         ---| 1/2 Thlr. oder 12 Gr.
                         12 |
```

V. Gut! Mach' aber auch die Probe.

```
K. 3/4 Pfund 1/2 Thaler, 1 Pfund?
   ---                   ---  2
   3                     4  |
   2                     ---| 2/3 Thlr.
   ---                   6  |
   6
```

Sehen Sie, lieber Vater, den Bruch $\frac{4}{6}$ habe ich mit 2 gehoben, und da kamen die $\frac{2}{3}$ Thlr. heraus. V. Richtig, mein Sohn. Wenn nun aber Ganze dabey stehen, wie dann? z. B. 1 Centner gilt $4\frac{2}{5}$ Thlr., was gelten $24\frac{3}{8}$ Ctr.? K. O! es ist auch nicht schwer.

1 Ctr. $4\frac{2}{3}$ Thlr. $24\frac{3}{8}$ Centner?

3	14	195
8		14
24		780
		195

24) 2730 | $113\frac{18}{24}$ | $\frac{3}{4}$ Thlr. (6)
30
$\frac{18}{24}$

also $113\frac{3}{4}$ Thlr.

V. Gut! Ich möchte aber auch die Probe gern sehen. K. Sehr gern!

$24\frac{3}{8}$ Centner $113\frac{3}{4}$ Thlr. 1 Centner?

195	455	8
4	8	
780		

780) 3640 | $4\frac{520}{780}$ | $\frac{2}{3}$ Thlr. (260)
520
780

Es sollten doch $\frac{2}{3}$ noch heraus kommen; also habe ich gleich mit dem Zähler 2, den Zähler 520 dividirt, kamen 260 heraus. Das war die Zahl, womit ich den ganzen Bruch heben konnte. Also sind die $4\frac{2}{3}$ Thaler wieder da. V. Richtig, mein Sohn. Es sind einem alle Mittel erlaubt, wodurch man sich eine Sache erleichtern kann. Nun berechne mir eine andere Aufgabe, wo alle drey Sätze Brüche sind, als: $\frac{2}{3}$ Ellen werden mit $\frac{7}{8}$ Thlr. bezahlt; wie theuer sind $\frac{5}{6}$ Ellen?

K.

K. $\frac{2}{3}$ Ellen $\frac{7}{8}$ Thaler, $\frac{5}{6}$ Ellen?

2 7 5
8 3
16 15
6 7
96 96) 108 | $1\frac{9}{96}$ | $\frac{3}{32}$ Thlr.
$\frac{9}{96}$

Es sind also $\frac{5}{6}$ Ellen theuer $1\frac{3}{32}$ Thaler.
V. Richtig! Wie viel betragen aber $\frac{3}{32}$ Thlr. etwa an Groschen und Pfennigen? K. Das kann ich erfahren, wenn ich einen Thaler in 32 Theile theile. 1 Thlr. hat 24 Gr. oder 288 Pf. darinn dividire ich mit 32) 288 | 9 Pf.
Diese 9 Pfennige nun mit 3 multiplicirt, kommen 27 Pfennige. Diese betragen 2 Gr. 3 Pf. Also sind $\frac{3}{32}$ Thaler, 2 Groschen 3 Pfennige.
V. Schön, mein Sohn! Eine andere Aufgabe: $6\frac{2}{3}$ Scheffel werden mit $8\frac{3}{4}$ Thaler bezahlt, wie theuer werden $16\frac{1}{6}$ Scheffel seyn?
K. $6\frac{2}{3}$ Schfl. $8\frac{3}{4}$ Thlr. $16\frac{1}{6}$ Scheffel?

20 35 97
4 3
80 291
6 35
480 1455
873
480) 10188 | $21\frac{105}{480}$ | $\frac{21}{96}$ | $\frac{7}{32}$ Thlr.
88 oder 5 Gr. 3 Pf.
$\frac{105}{480}$

V.

V. Vortrefflich, mein Sohn! Wenn aber jemand 9 Schock Käse für $18\frac{3}{4}$ Thlr. verkauft, wie viel wird er für 36 Schock einnehmen?

K. 9 Schock $18\frac{3}{4}$ Thlr. 36 Schock?

4 75 75

36 75 180

252

36) 2700 | 75 Thlr.

18

V. Gut! Und die Probe? K. Will ich Ihnen auch gleich machen.

36 Schock 75 Thaler 9 Schock?

9 9

36) 675 | $18\frac{27}{36}$ | $\frac{3}{4}$. Da sind die $18\frac{3}{4}$ Thlr.

31

$\frac{27}{36}$

V. Ich freue mich, mein Sohn, über deine guten Fortschritte, die du machst. Wir wollen nur noch einige Aufgaben berechnen, damit du immer geübter werdest. Hernach glaube ich, dich dir selbst überlassen zu können. Von deinem Fleiße kann ich hoffen, daß du nicht stille stehen, sondern fortfahren, und dich in der höhern Arithmetik umsehen werdest. Auf meinen Beystand kannst du doch immer sichre Rechnung machen. Also nur noch einige Aufgaben. Ein Mann bezahlt für $\frac{1}{2}$ Centner 19 Thlr. 16 Gr. wie viel wird er für $\frac{3}{4}$ Ctr. bezahlen müssen?

K.

K. $1\frac{1}{2}$ Centner 19 Thlr. 16 Gr. $\frac{3}{4}$ Centner?

```
 3        24          3
 4       472          2
12         6          6  4
   12) 2832 | 236  24) 236 | 9 20/24 | 5/6 Thl.
         47              20/24
```

V. Richtig! Aber ich möchte doch auch die Probe sehen.

K. $\frac{3}{4}$ Centner $9\frac{5}{6}$ Thaler $1\frac{1}{2}$ Centner?

```
 3          59        3
 6          12        4
18  36) 708 | 19     12
 2          34 | 4 3
36        24/36 | 6/9 | 2/3
```

Also $19\frac{2}{3}$ Thlr.

Diese $\frac{2}{3}$ Thaler machen die 16 Groschen aus. Denn 1 Thaler in 3 Theile getheilt, macht auf den Theil 8 Gr. Nun 2 Theile sind 2 acht Gr.; folglich 16 Gr. V. Trefflich, mein Sohn! Noch eine Aufgabe: Es kauft jemand von einem Kaufmann $34\frac{1}{2}$ Elle halbseiden Zeug für $59\frac{5}{12}$ Thaler. Nun will er einem guten Freunde $5\frac{1}{4}$ Elle ohne Gewinn und Verlust ablassen; wie viel wird dieser Freund bezahlen müssen? K. Bald hätte ich mich durch die vielen Worte abschrecken lassen, und hätte gedacht, es wäre eine ganz neue mir unbekannte Rechnungsart, aber so wie ich sehe, ist sie's nicht. V. Das ist recht!

Man muß sich nie abschrecken lassen; man muß immer auf die Sache hören; dann wird man so leicht nicht fehlen.

K. Also: $34\frac{1}{2}$ Elle kosten $59\frac{5}{12}$ Thlr. $5\frac{1}{4}$ Elle?

69	713	21
4	42	2
276	1426	42
12	2852	
3312)	29946 | 9 Thlr.	
	$\frac{138}{3312}$	

Dieser Bruch läßt sich heben durch sich selbst, nämlich 138, in 138, nur 1 mahl; dann 138 in den Nenner 3312 dividirt. Da habe ich erstlich 2 mahl, und dann 4 mahl; folglich ist der Bruch $\frac{1}{24}$ Thlr. und das macht 1 Gr. aus. Der gute Freund muß also für $5\frac{1}{4}$ Elle bezahlen 9 Thlr. 1 Gr. V. Sehr gut, mein Sohn! Du siehst also, daß das Rechnen nicht so schwer ist, daß man es fast ohne alle Schwierigkeit lernen kann, wenn man nur Lust und Liebe dazu hat. Mache mir doch von dieser Aufgabe die Probe.

K.

K. Sehr gern, lieber Vater!

```
 5¼ Elle   9 1/24 Thlr.  34½ Elle?
 21        217           69
 24                       4
 504                     276
   2                     217
 1008                    1932
                         276
                         552
        1008)            59892 | 59 5/12 Thlr.
                         949   | 84
                         420/1008 | 5/12
```

B. Nun bin ich zufrieden. Noch eine Aufgabe: Für 2 Ctr. 22 Pfund $18\frac{3}{4}$ Loth bezahlt jemand 270 Thlr. 18 Gr. 6 Pf. $1\frac{1}{2}$ Heller; wie viel wird er für 8 Ctr. 44 Pfund $12\frac{2}{3}$ Loth bezahlen müssen?

K. Eine große Aufgabe. Doch es schadet nichts.

2 Ctr. 22 ℔. $18\frac{3}{4}$ L. 270 Thlr. 18 Gr. 6 Pf. $1\frac{1}{2}$ Hell. 8 Ctr. 44 ℔. $12\frac{2}{3}$ Loth?

```
   110          24           110
   ---          ----         ---
   242          6498         924
    32            12          32
  ----         -----        -----
  7762         77982        29580
     4             2            3
 -----        ------        -----
 31051        155963        88742
     2             2            4
 -----        ------       ------
 62102        311927       354968
     3                     311927
------                    -------
186306                    2484776
                          709936
                         3194712
                         354968
                        354968
                       1064904          2
                      ----------
             186306)  1107241033336 | 3943183 | 2971 56
                      1787116987    | 11 1 1
                      79338374
                      88344
                      248
                      8 25558/186306

12) 2971 86 |   24) 24783 | 1031
    8978    |          19 |
```

V. Gut, mein Sohn! Nun bist du so weit, daß du ganz allein weitere Fortschritte in der praktischen Rechenkunst machen kannst. Zu dem Ende empfehl ich dir einige Bücher. Studire zuerst Herrn Bußens gemeinverständliches Rechenbuch recht durch, welches so leicht und schön geschrieben ist, daß du es mit Vergnügen gebrauchen wirst. Du kannst es in Leipzig bekommen, es ist bey Herrn Crusius gedruckt. Hernach wenn du noch weiter gehen willst, so kaufe dir Herrn Michelsens Anleitung zur Rechenkunst in 3 Bänden, welche in Berlin herausgekommen ist.

EIGENTHUM DER STADT AUGSBURG

8° H.
Lorentz

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lorenz, Johann Gotthilf,

Lesebuch für die Jugend der Bürger und Handwerker zum Gebrauch in Schulen und beim häuslichen Unterricht ...

Bd.: 1,3

Leipzig 1787

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- H 1383 -1,3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11252101-9
VD18 15543706-001